

بررسی و تحلیل رویکردهای به کارگیری مدل مارکویتز در مساله بهینه سازی سبد سرمایه گذاری

امیر جلیلووندنژاد، استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه گرمسار، گرمسار

امیر غنی زاده، دانش آموخته دوره کارشناسی مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه گرمسار، گرمسار

چکیده

مدل مارکویتز که به عنوان نظریه پرتفوی مدرن شناخته می شود براساس اصول تنوع بخشی، ریسک و بازده عمل می کند و هدف آن کاهش ریسک کلی سبد در حالی است که بازده بالاتری حاصل شود. یکی از مزیت های اصلی مدل مارکویتز، قابلیت مدیریت ریسک از طریق ترکیب دارایی های مختلف در مساله بهینه سازی سبد سرمایه گذاری است. این مدل به تحلیلگران مالی و سرمایه گذاران امکان می دهد تا با استفاده از روش های ریاضی و آماری، سبدهایی را ایجاد کنند که نه تنها به نیازهای مالی آنها پاسخ دهد، بلکه به بهینه سازی عملکرد مالی نیز کمک کند. این پژوهش به بررسی و تحلیل مدل بهینه سازی سبد سهام مارکویتز پرداخته و مطالعات پیشین در این حوزه را مورد بررسی قرار داده است. هدف از این پژوهش، شناخت بهتر مدل مارکویتز و کاربردهای آن در بهینه سازی سبد سرمایه گذاری، شناسایی و تحلیل نقاط قوت و ضعف این مدل و مقایسه آن با سایر مدل ها و رویکردهای بهینه سازی سبد سهام است. نتایج این بررسی ها نشان می دهد که مدل مارکویتز با وجود محدودیت ها و چالش های مختلف، همچنان یکی از مدل های پایه و موثر در بهینه سازی سبد سرمایه گذاری محسوب می شود.

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۴۰۳/۰۷/۲۹

پذیرش: ۱۴۰۳/۰۸/۲۷

کلیدواژه ها:

سبد سرمایه گذاری،

مدل مارکویتز،

بورس اوراق بهادار،

ریسک، بازده.

۱- مقدمه

بازارهای مالی و سرمایه‌گذاری با نوسانات و عدم قطعیت‌های زیادی مواجه هستند که می‌تواند تأثیرات قابل توجهی بر روی سرمایه‌گذاران و تصمیمات آنها داشته باشند. سرمایه‌گذاران همواره در جستجوی راهکارهایی هستند که بتوانند ریسک‌های سرمایه‌گذاری خود را کاهش دهند و در عین حال بازدهی مطلوبی را نیز کسب کنند. یکی از مدل‌های علمی و کاربردی که به این منظور طراحی شده است، مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز است.

در عصر حاضر، بازارهای مالی و سرمایه‌گذاری به عنوان یکی از مهم‌ترین ابزارهای توسعه اقتصادی شناخته می‌شوند. با توجه به پیچیدگی و تنوع این بازارها، مدیریت صحیح سبد سرمایه‌گذاری و بهینه‌سازی آن از اهمیت بالایی برخوردار است. یکی از مدل‌های معروف در این زمینه، مدل مارکوویتز است که به منظور کاهش ریسک و افزایش بازده سبد سرمایه‌گذاری طراحی شده است. مدل مارکوویتز، به سرمایه‌گذاران این امکان را می‌دهد که ترکیبی از دارایی‌ها را به گونه‌ای انتخاب کنند که با توجه به میزان ریسکی که قادر به تحمل آن هستند، بیشترین بازده ممکن را کسب کنند. این ترکیب بهینه با عنوان پرتفولیو شناخته، مدیریت و ارزشیابی می‌شود.

مدل مارکوویتز بر مبنای دو اصل اساسی استوار است:

(۱) تنوع بخشیدن به سرمایه‌گذاری‌ها به منظور کاهش ریسک؛

(۲) بهینه‌سازی نسبت ریسک به بازده.

هری مارکوویتز^۱ مفهوم بهینه‌سازی میانگین- واریانس را اولین بار در ۱۹۵۲ معرفی کرد که نحوه تفکر سرمایه‌گذاران در مورد مدیریت پرتفوی را متحول کرد [۱]. مارکوویتز پیشنهاد داد که سرمایه‌گذاران می‌توانند پرتفوی‌هایی بسازند که بالاترین بازده مورد انتظار را برای سطح معینی از ریسک

یا کمترین ریسک را برای سطح معینی از بازده مورد انتظار به حداکثر رسانند. یوجین فاما و کنث فرنچ^۲ با گسترش مفاهیم معرفی شده توسط مارکوویتز، عواملی را که بر بازده‌های سهام تأثیر می‌گذارند فراتر از ریسک بازار بررسی کردند [۲]. تحقیق آن‌ها عوامل اندازه (شرکت‌های کوچک در مقابل بزرگ) و ارزش (نسبت بالای دفتری به بازار در مقابل نسبت پایین) را به عنوان پیش‌گویی‌های مهم عملکرد سهام شناسایی کرد.

فیلیپ جوریون [۳] به کاربرد مدل مارکوویتز در زمینه مدیریت ریسک، به ویژه تمرکز بر ریسک در ارزش (VaR) به عنوان یک معیار کلیدی برای ارزیابی ریسک پرتفوی می‌پردازد. این کتاب رویکردی درباره چگونگی پیاده‌سازی روش‌های بهینه‌سازی پرتفوی در حالی که ریسک‌های مالی را مدیریت می‌کند، ارائه می‌دهد. چوپرا و زیمبا [۴] تأثیر خطاهای برآورد در ورودی‌های مدل مارکوویتز - به ویژه، بازده‌های مورد انتظار، واریانس‌ها و هم‌واریانس‌ها- بر انتخاب بهینه پرتفوی را بررسی می‌کنند. نویسندگان تحلیل کردند که چگونه نادرستی‌ها در این پارامترها می‌تواند منجر به تصمیمات سرمایه‌گذاری غیربهینه شود.

سرمایه‌گذاری می‌تواند دامنه وسیعی از فعالیت‌ها را شامل شود. این واژه می‌تواند شامل سرمایه‌گذاری در گواهی سپرده، اوراق قرضه، سهام عادی یا صندوق‌های مشترک سرمایه‌گذاری باشد. سرمایه‌گذاری می‌تواند دارای درجات مختلف ریسک‌پذیری باشد و سرمایه‌گذاران بسته به شرایط محیطی دیدگاه‌های متفاوتی از ریسک‌پذیری را ممکن است داشته باشند [۵]. در این مقاله منظور از «سرمایه‌گذاری»، سرمایه‌گذاری در دارایی‌های مالی و به‌خصوص اوراق بهادار قابل معامله است. دارایی‌های مالی به‌صورت اوراقی است که توسط دولت‌ها و شرکت‌ها منتشر می‌شود. قبل از اینکه افراد سرمایه‌گذاری انجام دهند،

^۱ Markowitz

^۲ Fama E.F. & French K.

است که با بررسی و تحلیل مدل مارکوویتز، راهکارهایی عملی و کاربردی برای بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری ارائه دهد که بتواند در شرایط واقعی بازار سرمایه قابل استفاده باشد.

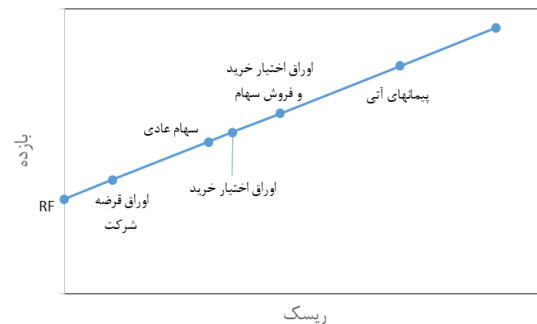
۲- تعریف مساله

دو مولفه مهم در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، میزان ریسک و بازده دارایی‌های سرمایه‌ای است. اغلب سرمایه‌گذاران به دنبال حداکثر نمودن بازدهی خود در سطح معینی از ریسک و یا کمینه نمودن ریسک در سطح معینی از بازدهی هستند. مارکوویتز با ارائه مدل میانگین - واریانس خود نشان داد، با تشکیل سبدهای از دارایی‌های مالی این امکان به وجود می‌آید که در سطح معینی از بازدهی، ریسک را کاهش داد [۶].

ریسک و بازده معیارهایی هستند که میزان مطلوبیت سرمایه‌گذار را از انتخاب مجموعه دارایی مشخص می‌کنند. انتخاب مجموعه دارایی بهینه اغلب با تبادل بین ریسک و بازده صورت می‌گیرد و هرچه ریسک مجموعه دارایی بیشتر باشد، سرمایه‌گذاران انتظار دریافت بازده بالاتری را خواهند داشت. شناسایی مرز کارای مربوط به سبد دارایی‌ها این امکان را به سرمایه‌گذاران می‌دهد که براساس تابع مطلوبیت و درجه ریسک‌گریزی و ریسک‌پذیری خود، بیشترین بازده مورد انتظار را از سرمایه‌گذاری خود به دست آورند. هر یک از سرمایه‌گذاران بر مبنای درجه ریسک‌گریزی خود، نقطه‌ای را بر روی مرز کارا انتخاب کرده و ترکیب پرتفولیوی خود را با هدف حداکثر کردن بازده و کمینه کردن ریسک تعیین می‌کند. بهینه‌سازی پرتفولیو عبارت است از انتخاب بهترین ترکیب از دارایی‌های مالی به نحوی که باعث شود تا حد ممکن بازده سبد سرمایه‌گذاری حداکثر و ریسک پرتفولیو حداقل شود. ایده اساسی نظریه مدرن پرتفولیو این است که اگر در دارایی‌های که به طور کامل با هم همبستگی ندارند سرمایه‌گذاری شود، ریسک آن دارایی‌ها یکدیگر را خنثی کرده و بنابراین می‌توان یک بازده ثابت را با ریسک کمتر

سرمایه‌گذار باید یک طرح کلی مالی را تنظیم کند. این چنین طرحی باید دربرگیرنده تصمیم‌گیری مربوط به انجام معامله باشد. به علاوه درخصوص نحوه مالکیت، طول عمر دارایی و میزان سودآوری آن، مدنظر قرار گیرد. سرانجام اینکه طرح باید شامل میزان حداقل وجوه پس‌انداز ضروری نیز باشد [۵].

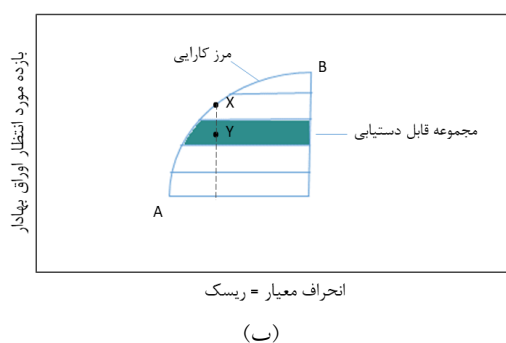
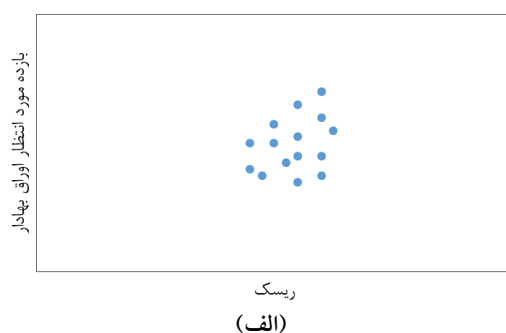
سرمایه‌گذاران علاقه‌مند هستند رابطه‌ای منطقی بین ریسک و بازده سرمایه‌گذاری خود ایجاد کنند. شکل ۱ رابطه بین ریسک و بازده را در انتخاب یک سبد سرمایه نمایش می‌دهد. خط RF تا B رابطه میان ریسک و بازده را برای همه سرمایه‌گذارانی که مایل هستند در دارایی‌های مالی سرمایه‌گذاری کنند نشان می‌دهد. این رابطه همیشه دارای شیب متمایل به بالا است و برای اینکه محور عمودی بازده مورد انتظار است و سرمایه‌گذار منطقی ریسک بالایی را نمی‌پذیرد مگر اینکه انتظار داشته باشد این ریسک با بازده بالا جبران خواهد شد. بازده مورد انتظار باید به اندازه کافی بالا باشد تا بتواند ریسک بیشتر را جبران کند. بر روی خط RF تا B می‌توان مجموعه‌ای از دارایی‌های مالی را با توجه به ریسک و بازده آن انتخاب کرد.



شکل ۱- رابطه ریسک و بازده برای سرمایه‌گذاران

مساله اصلی مقاله حاضر این است که چگونه می‌توان با استفاده از مدل مارکوویتز، سبد سرمایه‌گذاری بهینه‌ای را تشکیل داد که ضمن کاهش ریسک، بازدهی مطلوبی را نیز به همراه داشته باشد. به عبارت دیگر، هدف این تحقیق این

است و شامل تمامی مناطق سایه دار است و نشان دهنده ترکیبات زیادی از بازده مورد انتظار و ریسکی است که از طریق تشکیل پرتفولیو قابل دستیابی است. این پرتفولیوها امکان پذیر هستند ولی ضرورتاً قابل ترجیح نیستند.



شکل ۲ الف) بازده مورد انتظار و ریسک گروهی از اوراق بهادار
ب) مجموعه پرتفولیوهای کارا

منحنی AB مجموعه‌ای کارا (مرز کارایی) از پرتفولیو را نشان می‌دهد. این مجموعه کارا که بر روی منحنی AB واقع شده است، به تمامی پرتفولیوهای داخل منحنی اولویت دارد. برای اینکه با توجه به ریسک معین، دارای بازده مورد انتظار بیشتری می‌باشد و یا ریسک آنها با توجه به بازده مورد انتظار، کمترین است. به عنوان مثال، پرتفوی x که بر روی مرز منحنی AB قرار گرفته بر پرتفوی y به دلیل تامین بازده بالاتر برتری دارد. مجموعه‌ای کارا از پرتفولیوها، همان مجموعه بهینه از پرتفولیوها هستند [۵].
برای انتخاب یک ترکیب ریسک و بازده مورد انتظار که انتظارات فردی سرمایه‌گذاران را پوشش

به‌دست آورد. برای اولین بار، در سال ۱۹۵۲ مارکوویتز الگوی حل مساله انتخاب مجموعه بهینه دارایی‌ها (نظریه میانگین - واریانس) را ارائه داد. وی مساله را به صورت برنامه‌ریزی درجه دوم با هدف کمینه‌سازی واریانس مجموعه دارایی‌ها با این شرط که بازده مورد انتظار با یک مقدار ثابت برابر باشد، مطرح کرد. ریسک‌گریز بودن کلیه سرمایه‌گذاران، فرض اصلی این مدل است. این مساله یک محدودیت کارکردی دیگر نیز دارد که براساس آن مجموع وزن‌های دارایی‌ها باید برابر با یک شود. همچنین وزن هر یک از دارایی‌ها در پرتفولیو باید عددی حقیقی و غیرمنفی باشد- [۶]. رابطه زیر مدل اولیه مارکوویتز را نشان می‌دهد [۷].

$$\text{Min } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \sigma_{ij}$$

st:

$$r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i = r$$

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

$$w_i \geq 0$$

در این مدل σ_p^2 ، واریانس بازده سهام σ_{ij} ، کوواریانس بازده سهام‌های i و j، r_p بازده مورد انتظار سبد سهام، r_i میانگین بازده مورد انتظار هر سهم w_i و w_j به ترتیب وزن سهام‌های j و i می‌باشد- [۷].

۳- تعیین پرتفولیو کارا

با در دست داشتن جزئیات مربوط به بازده مورد انتظار و ریسک پرتفولیو می‌توان به بررسی پرتفولیوهای کارای مدل مارکوویتز پرداخت. در شکل ۲ مفاهیم اصلی یک مجموعه پرتفولیو کارا ارائه شده است. این نکته حائز اهمیت است که تئوری پرتفولیو با بازده‌های مورد انتظار که به آینده مرتبط می‌شود، سروکار دارد [۵].

در شکل ۲-الف، بازده مورد انتظار و ریسک یک گروه فرضی اوراق بهادار ترسیم شده است. در صورتی که این اوراق بهادار را در ترکیب‌های مختلف ترکیب کنیم، تعداد نامحدودی از جایگزین‌های پرتفولیو امکان‌پذیر خواهد شد. این گزینه‌های نامحدود در شکل ۲-ب نشان داده شده

۴- بررسی مطالعات اخیر حول کاربرد مدل مارکویتز در مساله بهینه سازی سبد سرمایه گذاری

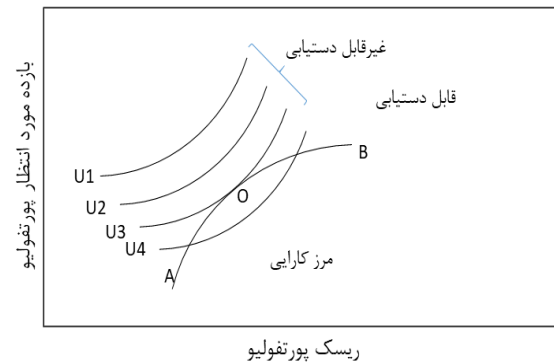
مقالات مورد بررسی در این فصل از منابع معتبر و با ارزش انتخاب شده اند و تحلیل مفصلی از هر یک ارائه خواهد شد. هدف از این بخش، معرفی مفاهیم، روش ها و دستاوردهای مهم موجود در ادبیات مرتبط با موضوع پروژه است.

ایوانوا و دوسپاتلیف [۸] یک مطالعه عملی از مدل مارکویتز در بازار سهام بلغارستان را از سال ۲۰۱۳ تا ۲۰۱۶ انجام دادند. اهمیت این مطالعه از این واقعیت ناشی می شود که با وجود اینکه مدل مارکویتز به طور گسترده توسط سرمایه گذاران در سراسر جهان استفاده شده است، کاربرد آن در بازار سهام بلغارستان هنوز نسبتاً محدود است. از داده های ورودی که شامل قیمت های بسته شدن هفتگی ۵۰ سهم معامله شده در بورس سهام بلغارستان بین ژانویه ۲۰۱۳ و دسامبر ۲۰۱۶ است، مرزهای کارا علاوه بر پرتفوی های بهینه بر اساس نظریه مارکویتز تعیین می شوند. در نتیجه، نرخ بازده پرتفولیو با توجه به ترجیحات ریسک آن ها به حداکثر می رسد.

احسان کولایی [۹] رویکرد میانگین- واریانس مارکویتز را بر روی بورس اوراق بهادار استانبول (BIST) آزمایش کرده است. داده های ۲۵۲ روز مربوط به سال ۲۰۱۵ مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. مدل مارکویتز رابطه بین بازده دارایی های مالی سرمایه گذاری شده در پرتفوی را در نظر می گیرد. نویسنده در تحلیل تجربی، مدل میانگین - واریانس را دنبال کرده و پرتفوی های زیادی ایجاد کرده است. مدل آنها به عنوان روشی برای تنظیم یک واریانس حداقل برای بازده مورد انتظار مشخص تعریف شده است. سرمایه گذاران هر یک از آنها را براساس ترجیحات ریسک خود انتخاب می کنند زیرا همگی کارآمد هستند.

موسوی و همکاران [۱۰] با استفاده از روش حداقل

دهد از منحنی بی تفاوتی^۱ استفاده می شود. این منحنی ها که در شکل ۳ نشان داده شده است، ترجیحات سرمایه گذاران را نشان می دهد، به گونه ای که منحنی ۱ به منحنی ۲، منحنی ۲ به منحنی ۳ و منحنی ۳ به منحنی ۴ ارجحیت دارد [۵].



شکل ۳- انتخاب پرتفولیو بهینه بر روی مرز کارایی

پرتفوی بهینه برای هر سرمایه گذاری در نقطه تلاقی میان بالاترین درجه بی تفاوتی سرمایه گذاران و منحنی (مرز) کارایی، اتفاق می افتد. در شکل ۳، این تلاقی در نقطه O اتفاق افتاده است که ترجیحات مطلوب و بهینه سرمایه گذاران را منعکس می کند. منحنی های U_1 و U_2 غیر قابل دسترسی هستند و منحنی U_4 نسبت به U_3 مغلوب است. توجه داشته باشید که در عمل، سرمایه گذاران محافظه کار، بر روی منحنی کارایی AB، پرتفوی های سمت چپ را انتخاب می کنند، برای اینکه این پرتفوی ها دارای ریسک کمتری هستند (و البته بازده مورد انتظار آنها هم کم است). برعکس، سرمایه گذاران جسور، پرتفوی هایی را که به سمت نقطه B هستند انتخاب می کنند برای اینکه بازده مورد انتظار این پرتفوی ها بیشتر است (اگر چه ریسک آنها هم بیشتر است).

¹Indifference Curve

تک هدفه بیشینه سازی بازده و کمینه سازی ریسک به ترتیب دارای بالاترین عملکرد و مدل تک هدفه بیشینه سازی مسئولیت اجتماعی دارای پایین ترین عملکرد است. مدل پیشنهادی آنها ضمن بهینه سازی هم زمان سه تابع هدف و برقراری یک بده- بستان بین این اهداف متناقض، نمره شارپ مناسبی نسبت به سایر مدل ها و هم چنین سبد بازار به دست آورد.

یکی از کارکردهای مدل مارکویتز در صنعت بیمه است. سلامی و نیازی [۱۲] به مطالعه پرتفوی بیمه برای بیمه گر محصولات کشاورزی پرداختند. هدف آنها ارزیابی پرتفوی بیمه ای حاضر بیمه گر در استان خراسان رضوی به عنوان یک نمونه و بررسی پتانسیل بهبود آن با استفاده از نظریه مارکویتز است. برای این منظور آنها از داده های تاریخی مربوط به ریسک و بازدهی بیمه نامه های ثبت شده در صندوق بیمه کشاورزی استفاده کردند و پرتفوی بهینه در چارچوب نظریه یاد شده تشکیل و با پرتفوی موجود مقایسه شده است. نتایج نشان می دهد پرتفوی فعلی بیمه گر یک پرتفوی بسیار غیر بهینه است و پتانسیل بسیاری برای بهبود دارد. بر مبنای این نتایج امکان افزایش درآمد به میزان شایان توجهی بدون نیاز به تحمل ریسک بیشتر وجود دارد. موضوع بسیار پر اهمیت در بهینه سازی سبد سهام، توجه به عدم قطعیت ها است. پژوهشگران زیادی سعی کردند با استفاده از مدل های بهینه سازی تصادفی یا نظریه اعداد فازی، این عدم قطعیت را در مدل های خود وارد کنند. به عنوان نمونه میرلوحی و همکاران [۱۳] یک سیستم خبره فازی مبتنی بر قاعده برای حمایت از مدیران در تصمیمات سرمایه گذاری میان مدت ارائه کردند. آنها با توجه به غیرخطی بودن مساله انتخاب پرتفوی و هم چنین، NP-Hard بودن آن، از دو الگوریتم فرا ابتکاری شامل الگوریتم ژنتیک فازی و جستجوی شکار فازی استفاده کردند. کارایی سیستم فازی پیشنهادی توسط اطلاعات ۱۵۷ شرکت که در بورس اوراق بهادار تهران در سال های ۱۳۸۷ تا ۱۳۹۷ فعالیت داشته اند، ارزیابی شده است. کارایی این

کردن ریسک نسبت به بازدهی مورد انتظار اقدام به بهینه سازی پرتفوی شرکت سرمایه گذاری بانک سپه کردند. در این راستا، ابتدا از ترکیب پرتفوی شرکت طی دوره ۱۳۸۷ الی ۱۳۹۰ چهار صنعت با وزن بالا انتخاب شدند. سپس ریسک بازدهی هر یک از این چهار صنعت در طول زمان با به کارگیری مدل GARCH چند متغیره به صورت مدل Diagonal BEKK برآورد گردید. در ادامه با در نظر داشتن بازدهی مورد انتظار، ریسک بهینه سبد سرمایه گذاری حاوی چهار صنعت منتخب محاسبه شده است. یافته ها نشان می دهند که هر زمان که ریسک کمتری در هر یک از صنایع وجود داشته، سهم آنها در سبد سرمایه گذاری بیشتر است.

تقی زادگان و همکاران [۱۱] به مقایسه عملکرد مدل های مارکویتز و مدل ارزش در معرض خطر با رویکرد نقد شوندگی - تی کاپولا با همبستگی شرطی پویا (DCC t-Copula LVar)، جهت بهینه سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران پرداختند. آنها ضمن ارائه یک مدل ترکیبی، مدل استخراج شده را بررسی کردند تا کاراترین مدل، برای بهینه سازی سبد انتخاب شود. در مطالعه آنها ابتدا سری زمانی جزء اخلاص توزیع بازده دارایی ها و سپس توزیع های حاشیه ای دارایی ها برآورد می گردد. در گام آخر با استفاده از برنامه ریزی خطی، ترکیب بهینه سبد سرمایه و مرز کارای دو مدل در سطوح اطمینان مختلف فوق محاسبه می شود. یافته ها نشان می دهند هرچه مقدار ارزش در معرض خطر بیشتر شود، مقدار شارپ مدل DCC-tCopula-LVaR در مقایسه با مدل مارکویتز کاهش می یابد.

فهیمی و شاه بندرزاده [۷]، به توسعه مدل مارکویتز به منظور لحاظ کردن ترجیحات غیر مالی سرمایه گذاران علاوه بر شاخص های مالی پرداختند. آنها یک مدل چند هدفه بهینه سازی سبد سهام پیشنهاد دادند. مدل های تک هدفه و چند هدفه (معیار جامع) اجرا شده که بررسی عملکرد این مدل ها با استفاده از شاخص شارپ نشان داد که مدل های

مدل مارکوویتز استفاده کرده‌اند.

مدل‌های بهینه‌سازی سبد سهام عمدتاً در ابعاد بزرگ با چالش زمان حل مواجه می‌شوند. به‌طور ویژه غیرخطی بودن مدل‌ها، پیچیدگی حل آنها را دوچندان می‌نماید. از این‌رو فارغ از نوع مدل‌سازی، استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری یا فراابتکاری به حل مدل بهینه‌سازی سبد سهام کمک شایان توجهی می‌نماید. توکلی مقدم و همکاران [۱۸] هم‌چون میرلوحی و همکاران [۱۹] برای حل مدل کلاسیک مارکوویتزی که به منظور انتخاب سبد سهام شرکت‌های پالایش و پتروشیمی توسعه داده بودند، از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. نتایج نشان می‌دهند که بازده سبد سهام بهینه‌سازی‌شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک بدون در نظر گرفتن محدودیت‌ها و فیلترهای نقدینگی به‌طور معناداری مثبت و متفاوت از بازده سبد سهام بهینه‌سازی‌شده با در نظر گرفتن محدودیت‌ها و فیلترهای نقدینگی است. سیرپودین و همکاران [۲۰] یک مدل میانگین-واریانس مارکوویتز از درجه دو توسعه دادند. به همین دلیل برای حل آن از روش وولف به عنوان یک روش دقیق برای ابعاد کوچک مساله و از الگوریتم ازدحام ذرات (PSO) برای ابعاد بزرگ مساله پیشنهاد کردند. منصوری و مقدم [۲۱] نیز به‌طور مشابه از الگوریتم فراابتکاری جدیدتری با عنوان الگوریتم بهینه‌سازی تولیدمثل غیرجنسی^۱ برای حل یک مدل مارکوویتز که با محدودیت‌های کاردینالیتی همراه شده است، استفاده کردند که طبق داده‌های ارائه شده عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم‌های مرسوم هم‌چون ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید (SA)، جستجوی ممنوع (TS) و ازدحام ذرات (PSO) از خود نشان داده است. جدول ۱ خلاصه‌ای از مطالعات بررسی شده را نشان می‌دهد.

سیستم برحسب ریسک‌پذیری و مدت سرمایه‌گذاری، در مقایسه با متوسط بازده بازار بالاتر است. به‌علاوه کارایی سیستم فازی پیشنهادی برای سرمایه‌گذاری ریسک‌گریز در کوتاه‌مدت نتایج بسیار خوبی به همراه دارد.

استفاده از روش‌های یادگیری ماشین می‌تواند به توسعه مدل‌های کارآتر بهینه‌سازی سبد سهام کمک قابل توجهی نماید. به عنوان نمونه رحمان خان و کومار [۱۴]، یک مطالعه مقایسه‌ای از سه روش طراحی پرتفوی میانگین-واریانس (MVP)، پرتفوی مبتنی بر برابری ریسک سلسله مراتبی (HRP) و پرتفوی مبتنی بر خودرمزگذاری (autoencoder) که بر روی قیمت‌های تاریخی سهام از بورس ملی هند (NSE) اعمال شده‌اند، را مورد مطالعه و مقایسه قرار دادند.

سوکونو و همکاران [۱۵] سعی کردند به جای میانگین-واریانس در مدل مارکوویتز، یک مدل بهینه‌سازی درجه دوم براساس ارزش در معرض ریسک (VaR) با ورود دارایی‌های بدون ریسک و بدهی‌های شرکت طراحی کنند. مدل طراحی شده مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری مارکوویتز را با ریسک‌گریزی توسعه می‌دهد. دارایی‌های بدون ریسک، ریسک زیان را کاهش می‌دهند، در حالی که بدهی‌ها تحلیل بنیادی وضعیت شرکت را تسهیل می‌کنند. نتایج کاربردی نشان می‌دهد که ریسک‌گریزی با میانگین و ارزش در معرض ریسک بازدهی سبد سرمایه‌گذاری به‌طور منفی هم‌بستگی دارد. یافته مطالعه این است که معادله برداری برای وزن‌های سبد سرمایه‌گذاری به‌دست آمده است که می‌تواند محاسبه بهینه‌سازی وزن‌های سبد سرمایه‌گذاری را تسهیل کند. به‌جز سوکونو، پژوهشگرانی هم‌چون حسنی و انتظار [۶]، عسگری و همکاران [۱۶] و صداقتی و همکاران [۱۷] نیز از معیار VaR برای تعدیل

^۱ Asexual Reproduction Optimization (ARO)

جدول ۱- مطالعات اخیر حول استفاده از مدل مارکویتز در بهینه‌سازی سبد سهام

شماره مقاله	نویسندگان	سال انتشار	هدف مطالعه	نتایج کلیدی	کاربردها
[۱۰]	موسوی و همکاران	۱۳۹۵	بهینه‌سازی سبد بانک سپه	بهبود بازده و کاهش ریسک	سبد سرمایه‌گذاری بانک
[۱۱]	تقی‌زادگان و همکاران	۱۴۰۲	مقایسه مدل مارکویتز و VaR	عملکرد بهتر مدل VaR	سبد سرمایه‌گذاری بورس
[۲۲]	ونایی و همکاران	۱۳۹۸	بهینه‌سازی زنجیره تامین	بهبود عملکرد زنجیره تامین	زنجیره تامین
[۷]	فهیمی و شاه‌بندرزاده	۱۴۰۰	توسعه مدل مارکویتز با ملاحظات غیرمالي	بهبود عملکرد سبد با ملاحظات غیرمالي	بازار سهام با ملاحظات غیرمالي
[۲۳]	ابراهیمی و عمادی	۱۳۹۶	بهینه‌سازی سبد برای سرمایه‌گذاران خرد	بهبود بازده برای سرمایه‌گذاران خرد	سبد سرمایه‌گذاری خرد
[۱۲]	سلامی و نیازی	۱۴۰۰	ارزیابی پرتفوی بیمه‌ای	بهبود پرتفوی بیمه‌ای	پرتفوی بیمه‌ای کشاورزی
[۲۴]	Chizari & Vazirian	۲۰۲۲	بهینه‌سازی سبد شرکت‌های کشاورزی	بهبود عملکرد سبد کشاورزی	سبد سرمایه‌گذاری کشاورزی
[۱۹]	میرلوحی و همکاران	۱۳۹۹	مقایسه الگوریتم‌های ژنتیک فازی و جستجوی شکار فازی در بهینه‌سازی پرتفوی فازی	عملکرد بهتر الگوریتم ژنتیک فازی	سبد سرمایه‌گذاری فازی
[۶]	حسنی و انتظار	۱۳۹۸	بررسی تاثیر نوسانات نرخ ارز بر بازدهی قیمت سهام و بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری	تاثیر منفی نوسانات ارز	سبد سرمایه‌گذاری تحت تاثیر ارز
[۲۵]	رحیم زاده و همکاران	۱۳۹۸	بهینه‌سازی سبد سرمایه با استفاده از معیارهای کانسلیم و سنج‌های ارزیابی عملکرد	روش پرامیتی در تشکیل سبد سهام موفق‌تر عمل کرده است	سبد سرمایه‌گذاری با معیارهای کانسلیم
[۱۶]	کاظمی و همکاران	۱۳۹۶	بهینه‌سازی با مدل VaR	بهبود عملکرد با مدل VaR و بهبود نسبت شارپ	سبد سرمایه‌گذاری با VaR
[۱۷]	صداقتی و همکاران	۱۴۰۱	مقایسه کارایی پرتفوی‌ها	عملکرد بهتر با VaR	سبد سرمایه‌گذاری با VaR
[۲۶]	باغملایی و همکاران	۱۴۰۰	کاربرد معیار آنتروپی جمعی و PSO در بهینه‌سازی سبد سهام	بهبود عملکرد با PSO	سبد شرکت‌های پتروشیمی
[۲۷]	پاک مرام و همکاران	۱۳۹۶	بهینه‌سازی سبد سهام با الگوریتم ژنتیک با بهره‌گیری از مدل میانگین - نیمه واریانس	الگوریتم ژنتیک با کمترین خطا به بهترین نتیجه رسیده	سبد سرمایه‌گذاری بورس
[۲۸]	بیات و اسدی	۱۳۹۶	انتخاب سبد سهام با استفاده از الگوریتم پرندگان و مدل مارکویتز	الگوریتم پرندگان در مقایسه با مدل مارکویتز دارای خطای کمتر در انتخاب سبد بهینه است	سبد سرمایه‌گذاری بورس
[۲۹]	Pakbaz et al	۲۰۲۲	مقایسه مدل‌های بهینه‌سازی با صندوق‌های سرمایه‌گذاری سهامی	بازده همه مدل‌ها در سطح ریسک بازار، بالاتر از متوسط بازده صندوق‌های سرمایه‌گذاری سهامی	سبد سرمایه‌گذاری صندوق‌ها
[۳۰]	امیری و همکاران	۱۳۹۹	بررسی عملکرد الگوریتم GRASP	بهبود عملکرد با GRASP	کاراثر بودن الگوریتم GRASP در بهینه‌سازی نسبت به مارکویتز
[۳۱]	Darabi & Baghban	۲۰۱۸	مقایسه بهینه‌سازی سبد با استفاده از کاپولای کلایتون و مدل مارکویتز	عملکرد بهتر مدل کاپولای کلایتون در مقایسه با مدل مارکویتز	سبد سرمایه‌گذاری
[۱۸]	Tavakoli Moghadam et al.	۲۰۱۹	بررسی تاثیر نقدینگی و عملکرد عملیاتی بازار بر بازده سبد مدل مارکویتز با استفاده از GA	تاثیر مثبت نقدینگی شرکتی و عملکرد عملیاتی بر بازده سبد	سبد سرمایه‌گذاری پالایشگاهی و پتروشیمی
[۲۱]	Mansouri & Moghadam.	۲۰۲۲	انتخاب سبد سرمایه‌گذاری با محدودیت کاردینالیتی بر اساس مدل مارکویتز با استفاده از بهینه‌سازی تولید مثل غیرجنسی	بهبود عملکرد سبد با استفاده از بهینه‌سازی تولید مثل غیرجنسی	سبد سرمایه‌گذاری با محدودیت کاردینالیتی
[۹]	Kulaei	۲۰۱۶	تحلیل بهینه‌سازی سبد سهام با مدل میانگین-واریانس کوادراتیک مارکویتز	مدل مارکویتز با وجود محدودیت‌ها همچنان موثر است	بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری در بازارهای مختلف
[۸]	Ivanova & Dospatliev	۲۰۱۷	بررسی بهینه‌سازی سبد سهام با مدل مارکویتز در بازار سهام بلغارستان از ۲۰۱۳ تا ۲۰۱۶	مدل مارکویتز برای سرمایه‌گذاران بلغاری مفید است	ارائه پرتفوی بهینه برای سرمایه‌گذاران بلغاری
[۱۴]	Rahman Khan & Kumar	۲۰۲۴	مرور نظریه‌ها، روش‌ها و کاربردهای بهینه‌سازی سبد سهام	مدل مارکویتز در بهینه‌سازی ریسک سبد موثرتر است	ارائه راهکارهای بهینه‌سازی سبد برای سرمایه‌گذاران
[۱۵]	Sukono et al.	۲۰۲۴	طراحی مدل بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری با توجه به دارایی‌های کم ریسک و بدهی‌ها	همبستگی منفی بین ریسک‌گریزی و میانگین و VaR بازده سبد سرمایه‌گذاری	بهبود سرمایه‌گذاری در بخش معادن و انرژی
[۲۰]	Syaripuddin et al.	۲۰۲۴	تعیین نتایج بهینه در مسائل سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از روش‌های Wolfe و الگوریتم PSO	الگوریتم PSO نتایج بهینه‌تری با مقدار Z کمتر ارائه می‌دهد	بهینه‌سازی سرمایه‌گذاری در بازارهای دارای سود تقسیمی بالا
[۳۲]	Shi	۲۰۲۴	تحلیل سبد پنج سهام تحت محدودیت‌های مختلف براساس مدل مارکویتز و مدل شاخص	مدل مارکویتز در سناریوهای minvariance و maxsharpe بهتر عمل می‌کند	کمک به سرمایه‌گذاران در انتخاب پرتفو بهینه باتوجه به قیود

۵- نتایج تحقیق

بررسی مطالعات صورت گرفته روی مدل مارکویتز ویژگی‌های مشترک زیر را نشان می‌دهد:

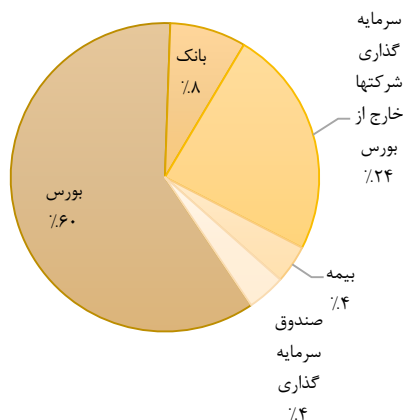
۱- با افزایش تعداد دارایی‌ها، حجم محاسبات ماتریس کوواریانس بیش از اندازه بزرگ می‌شود.

۲- هیچ‌گونه حد پایین یا بالایی برای سهم هر دارایی در مجموعه دارایی‌ها وجود ندارد. در صورتی که در عمل ممکن است دلایل زیادی برای محدود کردن میزان یک دارایی در مجموعه دارایی‌ها وجود داشته باشد.

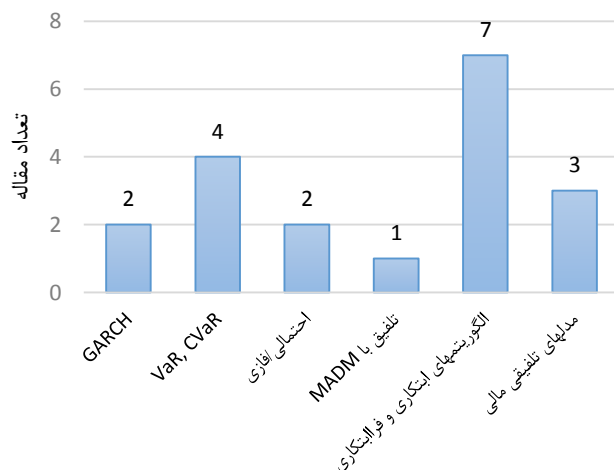
۳- معیار عمومی ریسک، واریانس و یا ریشه دوم آن یعنی انحراف معیار است. این معیار برای یک دارایی که دارای توزیع نرمال باشد و در بازاری کارا معامله شود، معیار قابل قبولی است. اگر این دو خصوصیت برای دارایی وجود نداشته باشد، واریانس نشانگر مناسبی برای ریسک نخواهد بود، به همین دلیل معیارهای دیگری برای ریسک مثل نیمه‌واریانس، VaR و یا CVaR توسط [۱۱، ۱۵-۱۷، ۲۷] مطرح می‌شود.

جدول ۲ ویژگی‌های اختصاصی مطالعات اخیر حول کاربرد مدل مارکویتز را نشان می‌دهد. همان‌طور که این در این جدول پیدا است، مطالعات اخیر به منظور افزایش کارآمدی مدل خود عمدتاً اقدام به تلفیق مدل مارکویتز با مدل‌های دیگر مالی هم‌چون GARCH، Clayton Copula و یا بلک-لیترمن نموده‌اند. هم‌چنین بهره‌گیری از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل مدل‌های در ابعاد بزرگ، از جمله اقدامات پژوهشگران برای غلبه بر زمان حل مسایل ابعاد واقعی بوده است. شکل ۴ تلفیق مدل‌ها، الگوریتم‌ها و یا معیارهای غیرکلاسیک (بازده ریسک) با مدل کلاسیک مارکویتز را تصویر می‌کند.

شکل ۵ کاربرد مدل مارکویتز را براساس بازارهای مالی ترسیم می‌کند. همان‌طور که این نمودار نشان می‌دهد، مدل مارکویتز بیشترین کاربرد را در بازارهای بورس اوراق بهادار داشته است. بعد از بازار بورس، تصمیم‌گیری در مورد برنامه سرمایه‌گذاری صنایع بزرگ تولیدی هم‌چون بخش‌های انرژی، معدن و پتروشیمی‌ها بیش از دیگر نهادهای مالی وابسته به مدل مارکویتز بوده است.



شکل ۵- نسبت کاربرد مدل مارکویتز در بازارهای مختلف



شکل ۴- مدل‌های تلفیقی در کاربرد مدل مارکویتز

جدول ۲- روش‌شناسی و مشخصات فنی مطالعات اخیر حول کاربرد مدل‌های مارکویتز

شماره مقاله	روش‌شناسی	نوع داده‌ها	معیارهای عملکرد	محدودیت‌ها	مقایسه با مدل‌های دیگر
[۱۰]	تلفیق مدل مارکویتز و GARCH	داده‌های بانک سپه	بازده، ریسک	دوره کوتاه داده‌ها	-
[۱۱]	مدل مارکویتز و VaR	داده‌های بورس تهران	بازده، ریسک، نقدشوندگی	داده‌های نقدشوندگی	بله
[۲۲]	تحلیل احتمالی در زنجیره تامین	داده‌های زنجیره تامین	بازده، ریسک	محدودیت های زنجیره تامین	-
[۷]	مدل مارکویتز و ملاحظات غیر مالی	داده‌های بازار سهام	بازده، ریسک، نسبت شارپ	محدودیت داده‌های غیر مالی	بله
[۲۳]	مدل مارکویتز و GARCH	داده‌های سرمایه‌گذاران خرد	بازده، ریسک	هزینه معاملاتی و تعدد دارایی‌ها	-
[۱۲]	مدل مارکویتز در کشاورزی	داده‌های بیمه کشاورزی	بازده، ریسک	محدودیت‌های کشاورزی محلی	-
[۲۴]	مدل مارکویتز در شرکت‌های کشاورزی	داده شرکت‌های کشاورزی	بازده، ریسک	محدودیت داده‌های کشاورزی	-
[۱۹]	میانگین-واریانس فازی	داده‌های بورس تهران	بازده، ریسک	محدودیت داده‌های فازی	بله
[۶]	مدل چندمتغیره ناهمسان واریانس، واریانس-کوواریانس شرطی و VaR	داده‌های بازار سهام	بازده، ریسک، نوسانات نرخ ارز	محدودیت داده‌های نوسانات نرخ ارز	-
[۲۵]	روش ویکور و پرامیتی و مدل مارکویتز تعدیل شده با هزینه‌های معاملاتی	داده‌های بازار سهام	بازده، ریسک، نسبت شارپ	محدودیت معیارهای کانسلیم	بله
[۱۶]	مدل مارکویتز و VaR با کارایی متقاطع	داده‌های بورس تهران	بازده، ریسک	محدودیت داده‌های VaR	بله
[۱۷]	مدل‌های متعارف و VaR	داده‌های بورس تهران	بازده، ریسک	محدودیت داده‌های VaR	بله
[۲۶]	حل مدل مارکویتز با الگوریتم فراابتکاری حرکت تجمعی ذرات (PSO)	داده‌های شرکت‌های پتروشیمی	بازده، ریسک	محدودیت داده‌های پتروشیمی	-
[۲۷]	استفاده از الگوریتم ژنتیک در مدل میانگین-نیمه واریانس مارکویتز	داده‌های بازار سهام	بازده، ریسک	ناقص بودن بعضی داده‌ها و نیاز به پاکسازی داده‌ها	بله
[۲۸]	الگوریتم پرندگان و مدل مارکویتز	داده‌های بازار سهام	بازده، ریسک	هم‌گرایی زودرس PSO در صورت تنظیم نادرست پارامترها	بله
[۲۹]	مدل بلک - لیترمن، مدل مارکویتز	داده‌های صندوق‌های سرمایه‌گذاری	بازده، ریسک، نسبت شارپ	بهینه‌سازی سبد سهام صرفاً متکی بر اطلاعات گذشته است.	بله
[۳۰]	الگوریتم GRASP	داده‌های بورس تهران	بازده، ریسک	کاردینالیتی، تعداد دارایی سبد	بله
[۳۱]	مدل کاپولای کلاتون و مدل میانگین - واریانس مارکویتز	داده‌های مالی تاریخی	بازده، ریسک	پیچیدگی محاسبات کاپولای کلاتون	مقایسه با نتایج Clayton Copula
[۱۸]	مدل مارکویتز با الگوریتم ژنتیک	داده‌های شرکت‌های پالایشگاهی و پتروشیمی	بازده، نقدینگی و عملکرد عملیاتی	نیاز به داده‌های دقیق برای نقدینگی و عملکرد عملیاتی	بله
[۲۱]	مدل مارکویتز با بهینه‌سازی تولید مثل غیرجنسی	داده‌های مالی تاریخی	بازده، ریسک	پیچیدگی الگوریتم تولید مثل غیرجنسی، کاردینالیتی	بله
[۹]	استفاده از مدل میانگین-واریانس مارکویتز	داده‌های مالی	بازده و ریسک	نیاز به تعداد زیادی داده برای بهینه‌سازی دقیق	با سایر مدل‌های بهینه‌سازی
[۸]	استفاده از مدل مارکویتز برای تعیین مرز کارا و پرتفوی بهینه	قیمت‌های ۵۰ سهم بورس بلغارستان ۲۰۱۳-۲۰۱۶	بازده و ریسک	محدودیت در تعداد دارایی‌ها و تاثیرات اقتصادی و سیاسی	مقایسه با مدل‌های مشابه سایر بازارها
[۱۴]	مرور مقالات و مدل‌های مختلف بهینه‌سازی	داده‌های تاریخی قیمت سهام از بورس ملی هند	بازده و ریسک	نیاز به داده‌های تاریخی و بررسی عمیق‌تر مدل‌های جدید	مقایسه با HRP و Autoencoder
[۱۵]	استفاده از معادلات برداری و ماتریسی برای توسعه مدل	داده‌های بخش معدن و انرژی اندونزی	بازده و ریسک و VaR	تحلیل محدود به بخش خاصی از بازار	مقایسه با مدل مارکویتز
[۲۰]	استفاده از برنامه‌ریزی درجه دوم کلاسیک و روش‌های Wolfe و PSO	۱۰ شرکت سهامی با بیشترین سود تقسیمی	بازده و ریسک	محدودیت روش‌های کلاسیک و الگوریتم‌های بهینه‌سازی	روش‌های Wolfe و الگوریتم PSO
[۳۲]	مقایسه مدل مارکویتز و مدل شاخص برای تحلیل بازده و ریسک پنج دارایی	داده‌های تاریخی قیمت پنج سهام منتخب	بازده و ریسک	محدود به پنج دارایی و محدودیت‌های خاص هر مدل	با مدل شاخص مدیریت ریسک

۶- تحلیل عملکرد مدل مارکوویتز در تنظیم سبد سهام

با وجود اینکه مدل مارکوویتز از لحاظ نظری توسعه و تحول شگرفی در مساله بهینه سازی سبد سرمایه گذاری ایجاد کرده است، اما ویژگی های این مدل به کارگیری آن را به عنوان یک مدل کارآمد در شرایطی با چالش همراه می کند. اولین و مهم ترین ضعف مدل مارکوویتز استفاده از واریانس به عنوان سنج ریسک سبد سهام است. براساس بسیاری از تحقیقات صورت گرفته، در بیشتر اوقات منحنی بازده دارای توزیع نرمال نیست و در صورت استفاده از واریانس به عنوان مبنای ریسک، توزیع نرمال قادر به پیش بینی سود و زیان های غیرعادی نمی باشد و تخمین درستی برای محاسبه ریسک به دست نمی دهد [۷]. همین موضوع سبب شده است بسیاری از تحقیقات هم چون [۱۵-۱۷] معیارهای دیگری مانند ارزش در معرض خطر^۱، ارزش در معرض خطر مشروط^۲، نسبت شارپ و یا معیارهای کانسلیم^۳ در روش های تصمیم گیری چندشاخصه را در مدل های خود مورد استفاده قرار دهند.

دومین چالش مدل مارکوویتز این است که بازده هایی که فاصله زیادی از میانگین دارند و سرمایه گذار به دنبال کسب این سودها می باشد را به عنوان ریسک نامطلوب در نظر می گیرد و سعی بر کمینه سازی آنها دارد، در صورتی که از دید سرمایه گذاران بازده های بزرگتر از بازده مورد انتظار، مطلوب نیز هستند. مطالعاتی هم چون [۶، ۱۶، ۱۷، ۲۷] به منظور رفع این مشکل و توسعه مدل، شاخص هایی هم چون قدرمطلق انحراف از میانگین، قدرمطلق نیمه انحراف از میانگین، چولگی قدرمطلق انحراف از میانگین، میانگین - نیمه واریانس، ارزش در معرض ریسک، ارزش در معرض ریسک شرطی و مدل نیمه واریانس چند دوره ای را به عنوان مبنای محاسبه ریسک سبد سهام توسعه داده اند.

سومین کاستی مدل کلاسیک مارکوویتز، در نظر گرفتن این فرض می باشد که آینده ادامه راه گذشته است. به

عبارت دیگر، بازده و ریسک مورد انتظار (آینده) از روند داده های گذشته پیروی می کند و در نتیجه داده های تاریخی را برای محاسبه بازده و ریسک مبنای قرار می دهد. ادریسینگ و همکاران [۳۳] با رد این فرضیه از نماگرهای قوت مالی (نسبت های مالی) به جای داده های تاریخی به عنوان مبنای محاسبه ریسک و بازده استفاده کردند.

چهارمین کاستی مدل توجه صرف به ملاحظات مالی (بازده و ریسک) است، در حالی که علایق و ترجیحات غیرمالی سرمایه گذاران در انتخاب بهینه سبد سهام ممکن است دارای اهمیت برابر و یا حتی بیشتر باشد. سرمایه گذاری براساس ملاحظات غیرمالی که امروزه تحت عناوین مختلفی مانند سرمایه گذاری مسئولیت اجتماعی، سرمایه گذاری سبز، اخلاقی و پایدار یا مسئولانه به کار برده می شود، از سال ۱۹۷۱ در ایالت متحده آمریکا و در خلال جنگ ویتنام شروع شد و با آغاز بحران های مالی در سال ۲۰۰۸ گرایش فزاینده ای به این نوع سرمایه گذاری در سرتاسر دنیا ایجاد شد. بر این اساس با توجه به گرایش روزافزون سرمایه گذاران به لحاظ کردن شاخص های اجتماعی، اخلاقی، بشردوستانه و محیط زیستی در انتخاب سبد بهینه سرمایه گذاری خود و همچنین ظرفیت بازار بورس اوراق بهادار در زمینه جذب این سرمایه ها به دلیل حضور تعداد زیادی از صنایع و شرکت های کوچک و بزرگ می توان از این پتانسیل جهت تامین مالی این شرکت ها، در نتیجه افزایش و حمایت از تولیدات داخلی و همچنین حل برخی از مسائل مهم از جمله زیست محیطی، کاهش تولیدات داخلی، ورشکستگی و تعطیلی شرکت ها و ایجاد اشتغال استفاده کرد.

۷- جمع بندی و نتیجه گیری

در این پژوهش، تلاش شد تا با بررسی و تحلیل مطالعات اخیر در خصوص به کارگیری مدل مارکوویتز در بهینه سازی سبد سهام، دید جامعی از این مدل و کاربردهای آن ارائه

^۱ Value at risk (VaR)

^۲ Conditional Value at Risk (CVaR)

^۳ Canslim

[4] V. K. Chopra and W. T. Ziemba, "The effect of errors in means, variances, and covariances on optimal portfolio choice," in *Handbook of the fundamentals of financial decision making: Part I*: World Scientific, 2013, pp. 365-373.

[۵] چ. پ. جونز، مدیریت سرمایه گذاری، ترجمه: رضا تهرانی و عسگر نوربخش. تهران: انتشارات نگاه دانش، ۱۳۸۶.

[۶] ا. حسنی و ا. انتظار، "بررسی میزان تاثیر نوسانات نرخ ارز بر بازدهی قیمت سهام و بهینه سازی سبد سرمایه گذاری"، دانش سرمایه گذاری، (۳۱) ۸-۲۲۵-۲۴۸، ۱۳۹۸.

[۷] ا. فهیمی و ح. شاهبندرزاده، "توسعه مدل بهینه سازی سبد سهام مارکویتز با توجه به ملاحظات غیرمالي سرمایه گذار و حمایت از تولیدات داخلی"، مدیریت صنعتی، (۱۳) ۱-۱۴۰۰، ۷۹-۵۳.

[8] M. Ivanova and L. Dospatliev, "Application of Markowitz portfolio optimization on Bulgarian stock market from 2013 to 2016," *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, vol. 117, no. 2, pp. 291-307, 2017.

[9] I. Kulali, "Portfolio optimization analysis with Markowitz quadratic mean-variance model," *European Journal of Business and Management*, vol. 8, no. 7, pp. 73-79, 2016.

[۱۰] ی. موسوی جهرمی، غلامی، الهام، سامعی، ساجده، "بهینه سازی سبد سرمایه گذاری بانک سپه با استفاده از مدل مارکویتز و GARCH چندمتغیره"، فصلنامه اقتصاد کاربردی، سال ششم، بهار و تابستان ۱۳۹۵.

[۱۱] غ. ر. تقی زادگان، غ. زمردیان، م. فلاح شمس، و ر. سعدی، "مقایسه عملکرد مدل های مارکویتز و مدل ارزش در معرض خطر براساس ریسک عدم نقدشوندگی - تی کاپولا با هم بستگی شرطی پویا (DCC t-Cupola LVaR) جهت بهینه سازی پرتفوی در بورس اوراق بهادار تهران"، تحقیقات مالی، (۲۵) ۱-۱۵۲-۱۷۹، ۱۴۰۲.

[۱۲] ح. ا. سلامی و ط. نیازی، "ارزیابی پرتفوی بیمه ای کشاورزی در زیربخش های زراعت و باغبانی از دیدگاه نظریه مارکویتز: مورد مطالعه استان خراسان رضوی، اقتصاد کشاورزی، (۱۶) ۱-۳۵-۵۵، ۱۴۰۱.

شود. نتایج این بررسی نشان می دهد که مدل مارکویتز، با وجود مزایای قابل توجهی هم چون سادگی و قدرت تبیین ریسک و بازده، در کاربرد عملی با چالش ها و محدودیت هایی مواجه است. از جمله مهم ترین این چالش ها می توان به تخمین دقیق بازدهی مورد انتظار و ریسک، روابط پیچیده و هم بستگی بین دارایی ها و محدودیت های عملیاتی مانند هزینه های تراکنش و نقدینگی اشاره کرد. علاوه بر این، تعداد دارایی های موجود در سبد نیز می تواند بر عملکرد مدل تاثیرگذار باشد.

افزایش تعداد دارایی ها به طور معمول منجر به پیچیدگی های بیشتری در محاسبات و مدیریت سبد می شود. این امر می تواند به افزایش هزینه های تراکنش منجر شود و همچنین به داده های بیشتر و دقیق تر برای تخمین پارامترهای مدل نیاز باشد. محدودیت های موجود در بازارهای مالی، مانند محدودیت در حجم معاملات و نقدینگی پایین برخی دارایی ها، نیز می تواند کارایی مدل مارکویتز را در عمل تحت تاثیر قرار دهد. پژوهشگران برای غلبه بر این چالش ها، اصلاح و توسعه مدل مارکویتز را با استفاده از روش های پیشرفته تر مانند الگوریتم های هوش مصنوعی و روش های بهینه سازی پیچیده تر مورد توجه قرار داده اند تا دقت و کارایی بهینه سازی سبد سرمایه گذاری را افزایش دهند.

منابع

- [1] H. Markowitz, "Portfolio selection," *Journal of Finance*, vol. 7, no. 1, pp. 77-91, 1952.
- [2] E. F. Fama and K. R. French, "The cross-section of expected stock returns," *the Journal of Finance*, vol. 47, no. 2, pp. 427-465, 1992.
- [3] P. Jorion, *VALUE AT RISK: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. McGraw-Hill, 2006.

- [۱۳] م. میرلوحی، ت. رضا، ع. ع. اله، و ج. ز. علی، "مقایسه عملکرد الگوریتم ژنتیک فازی و جست و جوی شکار فازی در بهینه سازی پرتفوی فازی با استفاده از مدل میانگین واریانس در بورس اوراق بهادار تهران،" بورس اوراق بهادار، (۵۲) ۱۳، ۷۱-۹۵، ۱۳۹۹.
- [14] A. Rahman Khan and L. Kumar, "Portfolio Optimization: Theory, Methods, and Applications".
- [15] Sukono *et al.*, "Modeling of Mean-Value-at-Risk Investment Portfolio Optimization Considering Liabilities and Risk-Free Assets," *Computation*, vol. 12, no. 6, p. 120, 2024.
- [۱۶] م. کاظمی میان گسگری. ک. یاکیده، و م. قلی زاده، "بهینه یابی سبد سهام (کاربرد مدل ارزش در معرض ریسک بر روی کارایی متقاطع)،" راهبرد مدیریت مالی، (۲) ۵، ۱۵۹-۱۸۳، ۱۳۹۶.
- [۱۷] م. صداقتی، م. مهرآرا، ر. تهرانی، و س. م. میرلوحی، "مقایسه کارایی پرتفوی بهینه مبتنی بر ارزش در معرض خطر و پتانسیل مطلوب با مدل های متعارف،" راهبرد مدیریت مالی، (۱) ۱۰، ۱-۳۰، ۱۴۰۱.
- [18] M. Tavakkoli Mohammadi, A. Alimoradi, and M. Sarvi, "Investigating the Effects of New Corporate Liquidity and Market Operational Performance Indicators on the Markowitz Model Portfolio Returns Using Genetic Algorithm: A Case Study on Refineries and Petrochemical Companies Listed on Tehran Stock Exchange," *Petroleum Business Review*, vol. 3, no. 1, pp. 1-15, 2019.
- [۱۹] "مقایسه عملکرد الگوریتم ژنتیک فازی و جست و جوی شکار فازی در بهینه سازی پرتفوی فازی با استفاده از مدل میانگین — واریانس در بورس اوراق بهادار تهران،" بورس اوراق بهادار، (۵۲) ۱۳، ۷۱-۹۵، ۱۳۹۹.
- [20] S. Syaripuddin, F. D. T. Amijaya, W. Wasono, S. Tulzahrah, and R. Suciati, "APPLICATION OF QUADRATIC PROGRAMMING ON PORTFOLIO OPTIMIZATION USING WOLFE'S METHOD AND PARTICLE SWARM OPTIMIZATION ALGORITHM", *BAREKENG: Jurnal Ilmu Matematika dan Terapan*, vol. 18, no. 2, pp. 1067-1080, 2024.
- [21] T. Mansouri and M. R. S. Moghadam, "Markowitz-based cardinality constrained portfolio selection using Asexual Reproduction Optimization (ARO)," *arXiv preprint arXiv:2021.101.03312*.
- [22] H. Vanaei, M. Sharifi, R. Radfar, F. Hosseinzadeh Lotfi, and A. Toloei Ashlaghi, "Optimizing of an Integrated Production-Distribution System with Probabilistic Parameters in a Multi-Level Supply Chain Network Considering the Backorder," (in eng), *Journal of Operational Research and Its Applications*, Research vol. 16, no. 3, pp. 123-145, 2019.
- [۲۳] ب. ابراهیمی و س. م. عمادی، "بهینه سازی سبد سهام برای سرمایه گذاران خرد؛ با رویکرد مدل های گارچ چندمتغیره،" (in eng)، نشریه بین المللی مهندسی صنایع و مدیریت تولید، (۱) ۲۸، ۱۴۹-۱۶۰، ۱۳۹۶.
- [24] A. Chizari and K. Vazirian, "Determining the Optimal Stock Portfolio of Agricultural Companies in Tehran Stock Exchange," *Journal of Agricultural Economics & Development (2008-4722)*, vol. 35, no. 4, 2022.
- [۲۵] م. رحیم زاده، س. ابراهیمی، و ر. رمضانیان، "بهینه سازی سبد سرمایه با استفاده از روش تصمیم گیری چندمعیاره با بهره گیری از معیارهای کانسلیم و سنجش های ارزیابی عملکرد،" دانش سرمایه گذاری، (۳۱) ۸، ۳۳۹-۳۵۴، ۱۳۹۸.
- [۲۶] ح. محمدی باغملانی، ح. پارسا، س. طهماسبی، و پ. حاجیان، "کاربرد معیار آنتروپی تجمعی و الگوریتم PSO در بهینه سازی سبد سهام شرکت های پتروشیمی بازار بورس اوراق بهادار،" ۱۴۰۰.
- [۲۷] م. عسگر پاک، ث. جمال بحری، و ز. مصطفی ولی، "انتخاب و بهینه سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک، با بهره گیری از مدل میانگین-نیمه واریانس مارکوویتز،" مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار. سال هشتم، ۱۹-۴۲، ۱۳۹۶.
- [۲۸] ب. علی و ا. لیدا، "بهینه سازی پرتفوی سهام: سودمندی الگوریتم پرندگان و مدل مارکوویتز،" مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، سال هشتم، ۶۳-۸۵، ۱۳۹۶.

- [32] Y. Shi, "Portfolio Analysis of Five Stocks Under Different Constraints Based on Markowitz Model & Index Model," *Highlights in Business, Economics and Management*, vol. 31, pp. 49-56, 2024.
- [33] N. C. P. Edirisinghe and X. Zhang, "Portfolio selection under DEA-based relative financial strength indicators: case of US industries," *Journal of the operational research society*, vol. 59, no. 6, pp. 842-856, 2008.
- [29] M. Pakbaz and D. Farid, "Comparing the performance of optimization models with equity investment funds: evidence from the Tehran Stock Exchange," *Financial Knowledge of Securities Analysis*, vol. 53, no. 15, pp. 173-188, 2022, doi: 10.30495/jfksa.2022.20220.
- [۳۰] م. امیری، م. ا. سروعلیا، و ه. هاشمی، "بررسی عملکرد الگوریتم GRASP در انتخاب پرتفوی بهینه (با لحاظ محدودیت کاردینالیتی"، *اقتصاد مالی*، (۵۱)، ۱۴۷-۱۷۲.
- [31] R. Darabi and M. Baghban, "Application of Clayton Copula in Portfolio optimization and its comparison with Markowitz mean-variance analysis," *Advances in Mathematical Finance and Applications*, vol. 3, no. 1, pp. 33-51, 2018.