



ساختارهای فراکتال و کاربرد آنها در طراحی آنتن

محمد مهدی فخاریان*، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه گرمسار، گرمسار، ایران

چکیده

هندسه فراکتال اولین بار در سال ۱۹۷۵ توسط آقای مندلبروت معرفی شد. اشکال فراکتالی برای مدل سازی پدیده های طبیعی که توسط هندسه اقلیدسی قابل بیان نیستند مانند ابرها، شاخ و برگ درختان، کناره دریاها و غیره به کار می رود. ویژگی اشکال فراکتالی خود شبیه بودن این اشکال است به این صورت که هر جزء این اشکال در حقیقت مقیاس کوچکی از کل شکل است. درختان مثال بارزی از این ویژگی هستند، ساقه ها و شاخه های درختان و حتی برگ ها در واقع مقیاس کوچک تری از خود درخت هستند. امروزه کاربرد فراکتال ها در فیزیک، شیمی، زیست شناسی، اقتصاد، زمین شناسی، پردازش تصویر، گرافیک رایانه ای، طراحی آنتن و... گسترده شده است. استفاده از هندسه فراکتال در مسایل الکترومغناطیسی یک موضوع جدید و جالب شده است. تحقیق و بررسی برای به کارگیری این توابع ریاضی در مسایل پراکندگی (Scattering)، تکنیک های آرایه، بهبود تطبیق امپدانس ورودی، کاهش دادن اندازه و آنتن های چندباند می باشد. اخیراً سعی شده است از هندسه فراکتال در طراحی آنتن ها به کار برده شود. استفاده از فراکتال ها در طراحی آنتن ها مزایایی دارد که طراحان را برای به کار بردن آنها ترغیب می کند. در این مقاله چند نمونه ساختار فراکتال معرفی و کاربرد آنها در طراحی آنتن بررسی شده است.

تاریخچه مقاله:

دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۱۱

پذیرش: ۱۴۰۳/۰۶/۰۵

کلیدواژه ها:

ساختارهای فراکتال،

آنتن،

تطبیق امپدانس،

کوچک سازی ابعاد،

آنتن های چندباند.

۱- مقدمه

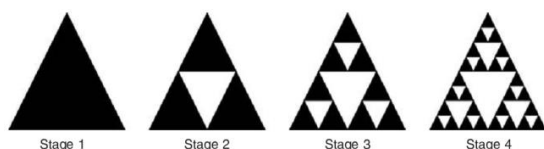
اشکال فراکتالی با توجه به ویژگی خودشبه بودن و توانایی آنها در محصور کردن یک منحنی با طول بی‌نهایت در یک محیط محدود (داشتن طول الکتریکی خیلی زیاد) در بسیاری از موارد عملی از جمله ساخت آنتن‌ها کاربرد دارند. این شکل‌ها به آنتن‌ها ویژگی‌های خاصی می‌دهند. تحقیقات بسیاری بر اینگونه آنتن‌ها صورت گرفته و آنتن‌های فراکتالی به صورت دیپل، مونوپل [۱]، چندباند [۲] حلقه و آرایه [۳] ساخته و اندازه‌گیری شده‌اند.

مساله‌ای که در طراحی آنتن‌ها وجود دارد این است که طراحی‌های متداول، فقط در محدوده باریک فرکانسی مناسب هستند و اگر اندازه آنتن کمتر از یک چهارم طول موج شود، مقاومت تشعشعی آنتن کاهش و در عین حال انرژی راکتیو ذخیره شده در میدان نزدیک آن افزایش می‌یابد. لذا، تطبیق آنتن کوچک با مدار تغذیه دچار مشکل شده و در صورت تطبیق پهنای باند خیلی کوچکی دارند و آنتن در میدان‌های دور کاربردی و مفید نخواهد بود [۴]. استفاده از هندسه فراکتال در طراحی آنتن می‌تواند بر این مساله چیره شود. تحقیقات نشان داده است که ساخت آنتن‌ها تنها با استفاده از چند تکرار فرآیند فراکتال، آن را در چندین فرکانس کاربردی می‌سازد. همان‌طور که تعداد تکرارها زیاد می‌شود، پایین‌ترین فرکانس تشدید آنتن پایین می‌رود و فرکانس‌های اضافی بالاتری ایجاد می‌گردد. اما در عین حال این روش نیز خود دارای معایبی است که از جمله آن می‌توان به کاهش بهره، کاهش پهنای باند امپدانس، پیچیدگی در ساخت و کاهش بهبود عملکرد آن پس از تعداد کمی تکرار اشاره کرد.

۲- هندسه‌های رایج در طراحی آنتن‌های فراکتالی

در این بخش مرور مختصری بر هندسه‌های رایج فراکتال

که در توسعه طرح‌های جدید آنتن‌ها به‌کار برده می‌شود، خواهیم داشت. اولین فراکتال، سرپینسکی گسکت (SG)^۱ است [۵-۶]. چند مرحله اولیه در ساختار SG در شکل ۱ نشان داده شده است. شیوه ساختن هندسه این فراکتال با یک مثلث متساوی‌الاضلاع در مرحله صفر شروع می‌شود. مرحله بعدی در ساختار، برداشتن مثلث مرکزی با نوک‌هایی که در نقطه میانی اضلاع مثلث اصلی نشان داده شده در شکل ۱ است. این فرآیند برای سه مثلث باقی‌مانده، همان‌گونه که در مرحله ۲ شکل زیر مشخص شده است ادامه می‌یابد. فراکتال SG به وسیله انجام دادن این فرآیند تکرارپذیر به تعداد بی‌نهایت بار ایجاد می‌شود. همان‌گونه که از شکل دیده می‌شود SG یک مثال از فراکتال خودمتشابه^۲ است. از نقطه نظر طراحی آنتن، مثلث‌های سیاه، هادی فلزی را نشان می‌دهند در حالی که مثلث‌های سفید نواحی که فلز آنها از بین برده شده است را نشان می‌دهد.



شکل ۱- مراحل تشکیل فراکتال Sierpinski gasket تا مرحله ۳

فراکتال رایج دیگر کخ برفدانه (KS)^۳ است [۷]. هم‌چنین همان‌گونه که در شکل ۲ دیده می‌شود این فراکتال از یک مثلث متساوی‌الاضلاع آغاز می‌شود و برعکس SG، که به‌طور منظم با برداشتن مثلث‌های کوچک و کوچک‌تر از ساختار اصلی ایجاد می‌شود، KS به وسیله اضافه کردن مثلث‌های کوچک و کوچک‌تر به ساختار اصلی با یک روند تکرارپذیر ساخته می‌شود. این فرآیند به‌طور مشخصی در شکل ۲ نشان داده شده است.

ساختار فراکتال درخت (T)^۴ نیز در توسعه روش‌شناسی

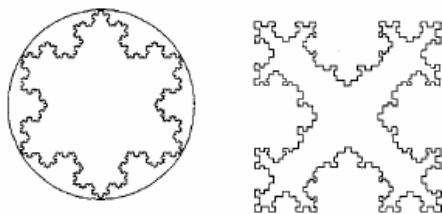
^۱ Sierpinski Gasket

^۲ Self-Similar

^۳ Koch Snowflake

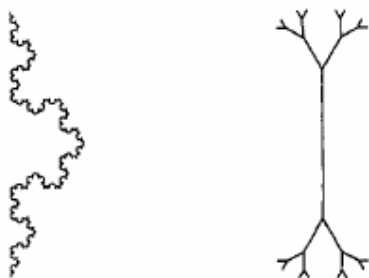
^۴ Tree

است Minkowski Island و KS عمدتاً برای توسعه و گسترش طرح‌های جدیدی برای حلقه‌های مینیاتوری شده و پیچ میکرواستریپ استفاده شده‌اند.



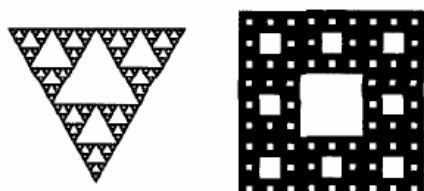
شکل ۵- فراکتال Koch Snowflake و Minkowski Island

طرح‌های جدید دیپل مینیاتوری شده براساس گونه‌ای از منحنی‌های Tree و Koch گسترش داده شده‌اند که در شکل ۶ نشان داده شده است.



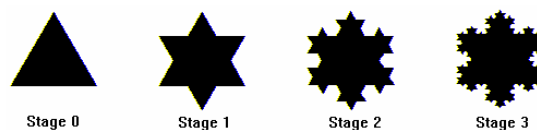
شکل ۶- فراکتال Koch و Tree به‌کاربرده شده در طراحی آنتن‌های دیپل

سرانجام، ساختار سرپینسکی و Carpet Self-similar برای گسترش المان‌های آنتن چندباند بهره‌گیری شده‌اند. شکل ۷ این ساختارها را نشان می‌دهد.

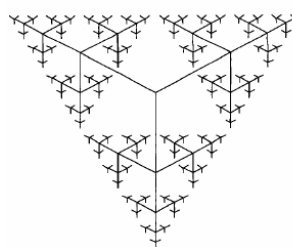


شکل ۷- ساختار فراکتال‌های Carpet و Sierpinski برای کاربردهای آنتن‌های چندباند

طراحی آنتن‌ها و صفحات انتخاب فرکانس (FSS)^۱ کاربرد زیادی دارد. یک مثال از فراکتال T سه شاخه در شکل ۳ نشان داده شده است. این ساختار با نام درخت سه شاخه (TT)^۲ شناخته می‌شود که مشابه هندسه gasket می‌باشد. در حقیقت هندسه TT نشان داده در شکل پایین می‌تواند به‌عنوان یک مدل سیمی برابر مرحله ۳ SG نشان داده شده در شکل ۳ تعبیر شود.

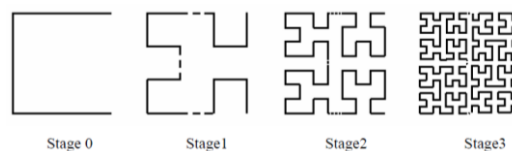


شکل ۲- مراحل تشکیل فراکتال Koch Snowflake تا مرحله ۳



شکل ۳- فراکتال Ternary-tree

همچنین خواص فضاپرکنی (SF)^۳ فراکتال هیلبرت (H)^۴ آنها را برای استفاده در طراحی آنتن‌های فراکتال مطرح ساخت. چهار مرحله اولیه در ساختار فراکتال H در شکل ۴ نشان داده شده است [۸-۹]. فراکتال H مثالی از فراکتال با خواص SF است که هیچ نقطه متقاطعی ندارد.



شکل ۴- مراحل تشکیل فراکتال Hilbert

بعضی هندسه‌های متداول فراکتال که کاربردهایی در طراحی آنتن‌ها پیدا کرده‌اند، در شکل ۵ نشان داده شده

^۱ Frequency Selective Surface

^۲ Ternary-tree

^۳ Space-Filling

^۴ Hilbert

۲-۱- تئوری ساختارهای فراکتال

هاچینسون^۲ است، توسط رابطه زیر داده می‌شود:

$$W(A) = \bigcup_{i=1}^N w_n(A) = w_1(A) \cup w_2(A) \cup w_3(A) \dots \cup w_N(A) \quad (2)$$

سپس فراکتال می‌تواند با اعمال اپراتور W به هندسه قبلی برای k تکرار تولید شود. بنابراین:

$$A_1 = W(A_0), A_2 = W(A_1) \dots A_{k+1} = W(A_k) \quad (3)$$

در ضمیمه روش IFS برای تولید فراکتال‌های سرپینسکی گسکت و Koch شرح داده شده است.

۲-۲-۱- بعد فراکتال

بعد فراکتال به‌طور ساده می‌تواند به‌عنوان یک اندازه از توانایی فضاپرکنی شکل فراکتال باشد. در حالی که بعد برای اشکال اقلیدسی به‌طور آشکاری تعریف می‌شود- چون یک مکعب سه‌بعدی و یک صفحه مسطح دوبعدی و خط یک‌بعدی است- ابعاد کسری، برای فراکتال‌ها امکان‌پذیر است. فراکتال ابتدا به‌عنوان یک خط یک‌بعدی پیچ در پیچ به‌نظر می‌رسد. در حالی که با بزرگ‌نمایی در منحنی برای پیدا کردن خط صاف یک‌بعدی اصلی، مشاهده می‌شود که خط به‌طور نامحدودی پیچ در پیچ است و هرگز نمی‌توان گفت که منحنی شامل بخش‌های صاف به‌هم پیوسته است. از بعد فراکتال می‌توان برای مقایسه فراکتال‌ها استفاده کرد. تعیین بهترین روش برای به‌دست آوردن بعد فراکتال کاملاً به کاربرد و اطلاعات موجود وابسته است. برای تعیین کردن بعد ساختارهای خودمتشابه، معادله زیر استفاده می‌شود [۱۰].

$$K_1 \left(\frac{1}{h_1}\right)^D + K_2 \left(\frac{1}{h_2}\right)^D + \dots + K_n \left(\frac{1}{h_n}\right)^D = 1 \quad (4)$$

که k_n تعداد کپی‌های تکرار تقسیم‌بندی شده به‌وسیله h_n است.

۲-۳- بررسی خاصیت فضاپرکنی فراکتال

اشکال اقلیدسی محدود به نقطه، خط، صفحه و حجم هستند، در حالی که هندسه‌های فراکتال متمایز از این‌ها می‌باشند.

فراکتال‌ها یک دسته از اشکالی هستند که هیچ اندازه مشخصی ندارند [۱۰]. اگرچه معیار مشخصی به‌عنوان آنچه که فراکتال‌ها را وضع می‌کند وجود ندارد، اما یک خصیصه و ویژگی‌هایی وجود دارد که فراکتال‌ها را از هم متمایز می‌کند. اولی مشابهت به‌خود است. خاصیت مشابهت به‌خود از خصوصیات مهم فراکتال‌ها است. به این معنی که از بزرگ‌نمایی در هر قسمت از ساختار مشابه به‌خود، به ساختاری مشابه با ساختار اولیه خواهیم رسید. تشابه به خود یک اصل ذاتی است که به آسانی با توجه به خصوصیات هندسی شکل‌های فراکتال قابل درک است. هنگامی که یک جسم از نسخه‌های با مقیاس کوچک‌تر از خود تشکیل شده باشد، به خود متشابه خوانده می‌شود. بنابراین یک تعداد نامحدودی از کپی‌های کوچک از تمام جسم در هر بخش از ساختار وجود خواهد داشت. از دیگر خواص هندسه فراکتال، توانایی آنها در محصور کردن یک منحنی با طول بی‌نهایت در یک محیط محدود است. این ویژگی‌ها در کاربردهای ارتباطات بی‌سیم بسیار مطلوب است.

۲-۲- سیستم ساختاری تکرار

این سیستم که دارای علامت اختصاری IFS^1 است، سیستم تکرار را مطرح می‌کند که به نوعی پایه اکثر هندسه‌های رایج فراکتال است. در مراجع [۳] و [۱۰] بحث مفصلی از IFS آمده است. به‌طور خلاصه، IFS یک سری تبدیلات نسبی W را به یک شکل جزئی A در طول تکرارهای زیاد اعمال می‌کند. تبدل نسبی $W(x,y)$ که شامل چرخش، مقیاس‌گذاری و انتقال است، توسط رابطه زیر بیان می‌شود:

$$W(x,y) = \begin{bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

مجموعه تبدیلات نسبی $W(A)$ ، که معروف به عملگر

¹ Iterated Function System

² Hutchinson

$$A_N = 1/3 \sum_{i=1}^N (3/4)^i \quad (6)$$

و

$$A_{\infty} = 1 \quad (7)$$

برای محیط مثلث نیز اگر محیط اولیه آن را ۱ در نظر بگیریم، پس از تکرار اول به میزان ۱/۲ به محیط آن افزوده می‌شود. بعد از تکرار دوم ۳/۴، و نهایتاً برای n تکرار:

$$C_N = 1 + 1/3 \sum_{i=1}^N (3/2)^i \quad (8)$$

و

$$C_{\infty} = \infty \quad (9)$$

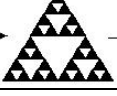
این بدین معنی است که گسکت در یک مساحت محدود دارای طول بی‌نهایت است. در جدول ۱ وضعیت مساحت و محیط با هر تکرار برای این ساختار مشخص شده است.

بدین منظور، یک فراکتال می‌تواند عبور خطی از یک صفحه باشد. خاصیت فضاپرکنی در فراکتال منجر به ایجاد یک منحنی با طول الکتریکی زیاد در داخل فضای فیزیکی فشرده‌ای شده است [۳]. این خاصیت باعث کاهش ابعاد آنتن می‌گردد. به عنوان مثال طول L_n از فراکتال Koch در هر تکرار n نسبت به طول L_0 به صورت نمایی افزایش می‌یابد:

$$L_n = L_0 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^n \quad (5)$$

همین‌طور برای مثلث سرپینسکی نیز مساحت حفره‌ها و محیط تکه‌های یکپارچه با هر تکرار تغییر می‌کند. مثلاً اگر مساحت آن یک باشد، پس از تکرار اول ۱/۴ از مساحت آن، تکرار سوم ۳/۱۶ و در تکرار سوم ۹/۶۴ کاهش می‌یابند. به‌گونه‌ای که مساحت آن پس از N تکرار به صورت زیر قابل محاسبه است:

جدول ۱- تکرارهای متفاوت گسکت و تغییرات مساحت و محیط آن [۳]

شکل	مساحت	محیط
	$A_0 = \sqrt{3}/4$	$P_0 = 3$
	$A_1 = (3/4)A_0$	$P_1 = 3 + 3(1/2) = 3 + 3/2$
	$A_2 = (3/4)^2 A_0$	$P_2 = 3 + 3/2 + 3*3*1/4 = 3 + 3/2 + 9/4$
	$A_3 = (3/4)^3 A_0$	$P_3 = 3 + 3/2 + 9/4 + 9*3*1/8 = 3 + 3/2 + 9/4 + 27/8$
مرحله n ام	$A_n = (3/4)^n A_0$	$P_n = 3 + 3/2 + \dots + (3/2)^n$
مثلث سرپینسکی	0	بی‌نهایت (سری‌های هندسی با $r > 1$)

۳- مفهوم فراکتال در طراحی آنتن‌ها

میان ابعاد آنتن و طول موج سیگنال ارتباط تنگاتنگی وجود دارد. این امر معمولاً به‌عنوان یکی از قیود دست و پا گیر در طراحی آنتن‌ها به‌شمار می‌آید.

هنگامی که اندازه یک آنتن خیلی کوچک‌تر از طول موج عملکرد ساخته شود، راندمان آن آنتن به شدت کم می‌گردد و مقاومت تشعشعی آن کاهش می‌یابد، در حالی که به‌طور نسبی انرژی راکتیو ذخیره شده در مجاورت آنتن به‌شدت

چندباندانه انجام شده است که از آن جمله آنتن‌های مستقل فرکانسی است [۱۲]. یکی از خواص اصلی آنتن‌های کلاسیک مستقل فرکانسی توانایی آنها برای بازگشت به همان شکل تحت اطلاعات قطعی مقیاس است که خاصیت خودتشابهی هندسه فراکتال است. چندین آنتن مستقل فرکانسی می‌تواند به‌عنوان آنتن فراکتال سازمان‌دهی شود اگرچه آنها با فراکتال‌ها ایجاد نشده‌اند. آنتن‌های لگاریتمی متناوب و حلزونی را می‌توان به عنوان آنتن‌های فراکتال دسته‌بندی نمود.

فراکتال‌ها برای مینیاتوری کردن آنتن‌ها به‌وسیله بهره‌گیری از توانایی فاصله پرکردن، طول الکتریکی بزرگ در حجم‌های فیزیکی کوچک می‌تواند استفاده شود [۱۵]. همچنین از خاصیت خودتشابهی برای طراحی آنتن‌ها استفاده می‌شود که خاصیت مشابه در باندهای فرکانسی مختلف وابسته به هندسه درجه‌بندی شده است. یک دسته از هندسه با خواص خیلی منحصر به فرد را ارائه می‌کنند که می‌توانند برای طراحی‌های آنتن استفاده شوند.

فراکتال‌ها نمای کرانی فضاپرکن هستند، به این معنی که اشکال الکتریکی بزرگ به‌طور موثری به داخل آرایه‌های کوچک بسته‌بندی می‌شوند. از آنجایی که طول‌های الکتریکی نقش مهمی در طراحی آنتن بازی می‌کنند، این دسته‌بندی کردن کارا می‌تواند به‌عنوان یک تکنیک مینیاتوری خوب و عملی استفاده شود. مفهوم عمومی فراکتال‌ها می‌تواند برای توسعه المان‌های مختلف آنتن و آرایه‌ها به‌کار گرفته شود. به‌کارگیری فراکتال‌ها برای المان‌های آنتن‌های رزونانسی کوچک‌تر، اجازه می‌دهد که Multi band/Broad band باشند. به‌کارگیری فراکتال‌ها برای آنتن‌های آرایه‌ای، آرایه‌های Multi band/Broad band را توسعه می‌دهد.

واقعیت این است که اکثر فراکتال‌ها پیچیدگی نامحدودی دارند و جزئیات می‌تواند برای کاهش اندازه

افزایش می‌یابد [۱۰]. هر دو پدیده آنتن کوچک را برای تطبیق کردن با مدار تغذیه مشکل می‌سازد و هنگامی که تطبیق شدند، آنها یک Q زیاد و یک عرض باند خیلی باریک را نشان می‌دهند. اصطلاحاً این‌گونه از آنتن‌ها را آنتن‌های کوچک الکتریکی می‌نامند. Cohen بر اساس یک آنالیز روش عددی ممان، نشان داد که حلقه‌های فراکتال Minkowski یک فرکانس رزونانس پایین نسبت به اندازه الکتریکی آنها دارند [۱۱].

آنتن‌ها عموماً برای کار در یک بازه فرکانسی محدود (به‌طور معمول، ۱۰ تا ۴۰ درصد حول طول موج مرکزی) طراحی می‌شوند. این امر اندازه آنتن را در حدود نصف یا ربع طول موج تحمیل می‌کند. این مسأله برای مدت زیادی به‌صورت یک محدودیت ذاتی به‌شمار می‌رفت تا اینکه ایده آنتن‌های مستقل از فرکانس (پهن باند) مطرح شد [۱۲]. آنتن‌های مارپیچی، آرایه‌های دو قطبی لگاریتمی متناوب و غیره نمونه‌هایی از آنتن‌های مستقل فرکانسی هستند. با طرح تئوری فراکتال توسط مندلبورت [۱۳] ایده ساختار آنتنی مستقل از مقیاس^۲ (و بنابراین مستقل از فرکانس) مورد توجه قرار گرفت. از ایده خودتشابهی در ساختارهای فراکتالی می‌توان برای طراحی آنتن‌ها جهت بهبود نسبت اندازه آنتن به طول موج در آنها استفاده کرد.

سال ۱۹۹۳ فراکتال‌ها به‌عنوان انتخابی برای طراحی آرایه‌هایی که در چند باند فرکانسی کار می‌کردند مطرح شدند. قبلاً نشان داده شده بود که امواج الکترومغناطیسی در برخورد با سطوح فراکتالی دارای خواص ویژه‌ای می‌شوند [۱۴]. امروزه مسأله مورد توجه در تحقیقات آنتن‌های فراکتالی در زمینه آنتن‌هایی که در چنین باند فرکانسی^۳ کار می‌کنند، می‌باشد. کاربرد دیگر فراکتال‌ها در آنتن‌های کوچک^۴ است.

تلاش‌های بسیاری برای توسعه آنتن‌های کم‌ارتفاع^۵ و

^۱ Quality Factor

^۲ Scale-Independent

^۳ Multifrequency Antennas

^۴ Small Antennas

^۵ Low-profile

برای بررسی اثرات اعمال هندسه فراکتال به مشخصات آنتن، چند فراکتال به طور جامعی در این بخش معرفی می شوند.

۴-۱ فراکتال Minkowski Island

این فراکتال یک نوع فراکتال تکراری است که در طراحی آنتن های حلقوی کاربرد داشته و مولدی^۳ به صورت شکل ۸ دارد.



شکل ۸- مولد فراکتال Minkowski Island

این مولد که به هر خط مستقیم اعمال می شود آن خط را به سه قسمت مساوی تقسیم می کند و w که فاکتور عرض فرورفتگی^۴ نامیده می شود از ۰ تا ۱ می تواند تغییر کند. مثلاً اگر عرض فرورفتگی برابر ۰/۵ قرار گیرد به این معنی است که اندازه فرورفتگی ها نصف اندازه هر یک از بخش های مستقیم است یا به عبارت دیگر ۱/۶ اندازه خط مستقیم اولیه می باشد. ساختار حاصله پنج بخش برای هر یک از تکرارها دارد.

بعد فراکتال با استفاده از رابطه زیر قابل تعیین است:

$$k_1 \left(\frac{1}{h_1}\right)^D + k_2 \left(\frac{1}{h_2}\right)^D = 1 \quad (10)$$

زیرنویس ها برای تفاوت گذاشتن میان دو بخش حاضر در تکرارها مورد نیاز است. برای مثال $k_1 = 3$ و $h_1 = 3$ بخش های افقی و $k_2 = 2$ و $h_2 = 3/w$ بخش های عمودی در مولد را نشان می دهند. بنابراین، بعد فراکتال از نوع Minkowski به مقدار فاکتور عرض فرورفتگی و تعداد تکرارها بستگی دارد.

آنتن و آرایه ها با مفهوم خودتشابهی برای اکثر فراکتال ها طراحی شود. آنها می توانند به چندین باند فرکانسی برسند زیرا بخش های مختلفی از آنتن مشابه با بقیه در مقیاس های متفاوت هستند.

خاصیت خودتشابهی فراکتال ها، آنها را برای طراحی آنتن ها با عملکرد باند خیلی وسیع^۱ ممکن می سازد. اولین کاربرد فراکتال ها برای طراحی آرایه های صفحه ای و خطی فراکتال، مرتب کردن المان ها در یک پترن فراکتال برای کاهش تعداد المان ها در آرایه و به دست آوردن آرایه های باند وسیع با عملکرد چندباند است. مزیت دیگر از این آرایه فراکتال همان خودتشابهی در ساختار هندسی آنها به منظور توسعه الگوریتم ها برای محاسبه سریع پترن های تشعشی آنها ممکن است به کار گرفته شود. این الگوریتم ها براساس حاصل ضرب مناسب نمونه ها برای فاکتورهای آرایه است و برای محاسبه، سریع تر از روش تبدیل گسسته فوری^۲ است [۱۶].

Cohen اولین فردی بود که یک المان آنتن را با استفاده از مفهوم فراکتال ها گسترش داد. او اثبات کرد که مفهوم فراکتال می تواند برای کاهش قابل چشم گیر اندازه آنتن به کار برده شود [۱۷].

Puente توانایی چند باندی فراکتال ها را به وسیله مطالعه رفتار مونوپل Sierpinski و دایپل اثبات کرد [۱۸]. مونوپل Sierpinski یک رفتار مشابه در چندین باند برای هر دو پترن تشعشی و افت برگشتی ورودی را توصیف می کند. فراکتال های دیگر برای به دست آوردن آنتن های چند باندی یا UWB بررسی شده اند [۱۹-۲۰].

فایده عملی مهم یک آنتن فراکتال آن است که یک آنتن تشدید در فضای کوچک تر می باشد.

۴- معرفی فراکتال های به کار برده شده در برخی منابع

^۱ Ultra Wide Band (UWB)

^۲ Discrete Fourier Transform (DFT)

^۳ Generator

^۴ Indentation Width Scalling

استفاده می‌شوند. این عمدتاً به سبب ویژگی‌های منحصر به فرد آنها می‌باشد. اندازه آنتن که وابسته به طول موج عملکرد آن است، بر روی مشخصات تابشی آن تأثیر خواهد داشت. به عنوان مثال برای یک تابش موثر، اندازه نصف طول موج یا بزرگ‌تر از آن مناسب می‌باشد. اما هنگامی که ابعاد آنتن کاهش می‌یابد، پهنای باند، بهره، بازده و خلوص پلاریزاسیون آنتن دچار تأثیر منفی می‌شوند. تحقیقاتی‌های بسیاری در مورد به کار بردن هندسه فراکتال در آنتن‌های میکرواستریپ معمولی انجام و پیشنهاد شده است [۲۷]. مزایایی چون کاهش ابعاد [۶ و ۱۴ و ۲۸]، عملکرد چند فرکانسی و غیره در مقایسه با آنتن معمولی در این تحقیقات بررسی شده است. در ادامه بخشی از کاربردهای ساختارهای فراکتال در آنتن‌های پچ میکرواستریپ بررسی می‌شود.

۵-۱- آنالیز آنتن پچ میکرواستریپ فراکتال بر اساس هندسه Koch

اثر افزایش تکرارهای ساختار فراکتال Koch در آنتن پچ میکرواستریپ با فرکانس کاری یکسان توسط Gupta بررسی شده است [۲۹]. در این تحقیق سه تکرار در نظر گرفته شده، به گونه‌ای که در شکل ۱۰ آنتن پچ فراکتال، پس از هر تکرار در فرکانس کاری مشابه ۲/۴۶ GHz مشخص است. هم‌چنین در این مقاله، شبیه‌سازی توزیع جریان بر روی آنتن پچ فراکتال (با تکرار سوم) به دست آمده است. همان‌طور که از شکل ۱۱ مشخص است، جریان در لبه‌های پچ جاری نیست، بلکه در انحنای کوچکی از پچ جریان می‌یابد. افزایش تکرار فراکتال به معنی لبه‌های بیشتر در پچ است. اما اضافه شدن این لبه‌های کوچک کمک زیادی در افزایش طول الکتریکی نمی‌کند، ضمن آنکه تقلیل در کاهش مساحت آنتن را در تکرارهای بالاتر نیز خواهیم داشت.

روند تغییرات بهره و درصد پهنای باند امپدانس با افزایش تکرار فراکتال در فرکانس یکسان ۲/۴۶ GHz برای

طول پیرامون این فراکتال به وسیله معادله زیر به دست می‌آید:

$$Perimeter_n = (1 + \frac{2}{3}w)^n . Perimeter_{SquareLoop} \quad (11)$$

که n تعداد تکرارهای تولید کردن است. از آنجا که جمله داخل پرانتز بزرگتر از یک است، در نتیجه محیط فراکتال با افزایش تکرار، به طور نمایی زیاد می‌شود.

۴-۲- فراکتال Koch Snowflake

منحنی به وسیله مولد شکل ۹ حاصل می‌شود.



شکل ۹- مولد فراکتال Koch Snowflake

همان‌گونه که مشاهده می‌شود منحنی Koch به وسیله جانشینی ثلث وسطی هر بخش با یک مثلث متساوی‌الاضلاع حاصل می‌شود. منحنی منتهی به چهار بخش با طول برابر مقایسه می‌شوند. برای تعیین بعد فراکتال، $k_1=2$ و $h_1=3$ برای بخش افقی و $k_2=2$ و $h_2=3$ برای بخش مایل است.

$$2(\frac{1}{3})^D + 2(\frac{1}{3})^D = 1 \quad (12)$$

بنابراین، بعد فراکتال Koch درجه یک برابر ۱/۲۶۱۹ است.

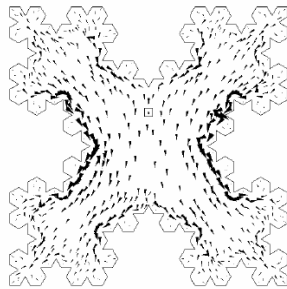
هم‌چنین طول محیط این فراکتال از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$Perimeter_n = (\frac{4}{3})^n . Perimeter_{SquareLoop} \quad (13)$$

۵- آنتن پچ میکرواستریپ فراکتالی

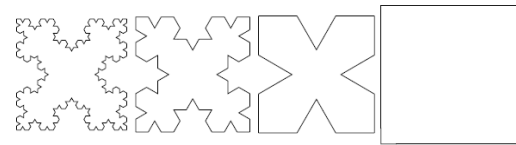
همان‌طور که قبلاً اشاره شد، آنتن‌های پچ میکرواستریپ در کاربردهای وسیعی مانند هوابرد، ناوبری و ارتباطات موبایل

۲/۴۶ GHz



شکل ۱۱- توزیع و مسیر جریان بر روی سطح آنتن پچ فراکتال

دو ثابت دی الکتریک ۴/۴ و ۱/۰۷ در جدول ۲ مشخص شده است. هم چنین مقایسه‌ای از کاهش در ابعاد و مساحت آنتن های پچ فراکتال در دو ثابت دی الکتریک مذکور در جدول ۳ آورده شده است.



پچ مربعی تکرار اول تکرار دوم تکرار دوم

شکل ۱۰- تولید سه تکرار پچ فراکتال برای فرکانس تشدید

جدول ۲- مشخصات و درصد کاهش مساحت در پچ فراکتال بعد از هر تکرار با فرکانس ثابت ۲/۴۶ GHz

S.N.	شکل	VSWR BW (MHz)	Gain (dBi) $\epsilon_r = 4.4$	Gain (dBi) $\epsilon_r = 1.07$
1	پچ مربعی معمولی	43	3.41	9.15
2	تولید فراکتال	1 st iteration	1.6	8.23
3		2 nd iteration	1.09	8.00
4		3 rd iteration	0.878	7.90

 جدول ۳- مقایسه ساختارهای فراکتال با $\epsilon_r = 4.4$ و $\epsilon_r = 1.07$

S.N.	شکل	New patch Demension (mm)		Reduction in Area %	
		$\epsilon_r = 4.4$	$\epsilon_r = 1.07$	$\epsilon_r = 4.4$	$\epsilon_r = 1.07$
1	معمولی	28.2	28.2	---	---
2	تولید فراکتال	1 st iteration	24.45	45.91	39.29
3		2 nd iteration	24.05	44.81	49.02
4		3 rd iteration	23.17	44.42	54

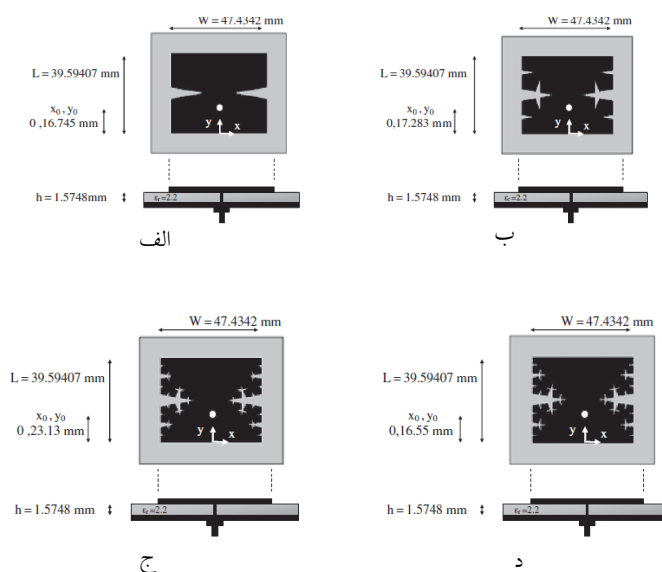
امپدانسی (۱۰dB-)، درصد کاهش ابعاد و سایر پارامترهای ساختارهای طراحی شده با افزایش تکرار فراکتال هستند. همان طور که از جدول ها مشخص است، تکرارهای دوم، سوم و چهارم دارای بهره و بازده تشعشعی ضعیفی می باشند. تکرارهای سوم و چهارم فاقد تطبیق امپدانس هستند. بیشترین میزان کاهش در ابعاد نیز ۳۸٪ است که با هزینه پارامترهای دیگر آنتن مانند پهنای باند، بهره و بازده

۲-۵- بررسی خاصیت فضا پرکنی آنتن میکرواستریپ

فراکتال تحت زوایای مختلف Koch

اثر زاویه Van Koch توسط Ismail تحت زوایای ۳۰°، ۶۰°، ۸۰° و ۹۰° و پالس مربعی ۲/۴۵ GHz انجام شده است [۲۱]. به عنوان نمونه در شکل ۱۲ تکرارهای اول تا چهارم فراکتال با زاویه ۸۰° مشخص شده است. جداول ۴ و ۵ مشخص کننده پارامترهایی چون فرکانس تشدید، پهنای باند

تشعشی به دست آمده است.



شکل ۱۲- الف) تکرار اول، ب) تکرار دوم، ج) تکرار سوم، و د) تکرار چهارم از آنتن فراکتال Koch با زاویه ۸۰ درجه

جدول ۴- فرکانس تشدید، توان بازگشتی، پهنای باند، و درصد کاهش اندازه آنتن فراکتال Koch با زاویه ۸۰ درجه برای تکرارهای اول تا چهارم

Iteration	F in GHz	S11 in dB	BW in MHz	BW (%)	Size Reduction (%)
1	1.76	-18.239	15.84	0.9	28.2
2	1.66	-33.6	9.462	0.57	32.2
3	1.59	-8.4961	---	---	35.1
4	1.52	-4.4183	---	---	38

جدول ۵- پارامترهای آنتن فراکتال Koch با زاویه ۸۰ درجه برای تکرارهای اول تا سوم

Parameters	Frequency			
	1.76	1.66	1.59	1.52
Gaim (dBi)	4.65	3.47	1.48	-1.14
Directivity (dBi)	6.6	6.2	5.7	5.17
Maximum (deg.)	(0, 20)	(0, 220)	(0, 340)	(0, 10)
3 dB beam width (deg.)	(88.88, 89.8)	(88.42, 90.56)	(87.22, 92.17)	(86.26, 94.68)
Radiation efficiency (%)	64.23	53.3	43.59	36.65
Antenna efficiency (%)	81.3	80.95	79.7	79.07

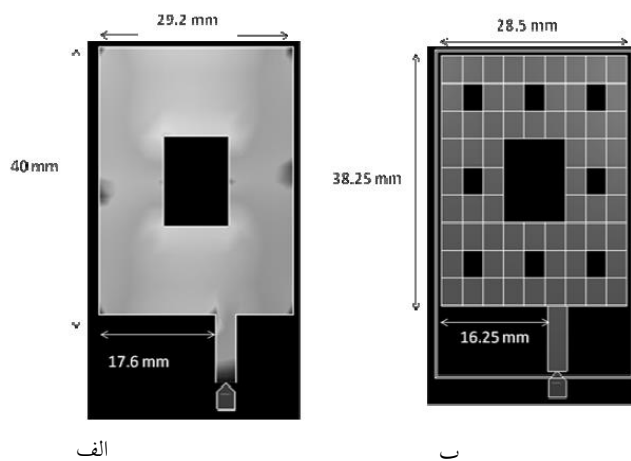
توسط Sheik Mohammed آنتن میکرواستریپ فراکتال بر پایه ساختار Carpet Sierpinski برای سیستم WPT^۱

۵-۳- آنتن پیچ میکرواستریپ بر اساس فراکتال سرپینسکی
برای سیستم انتقال توان بی سیم

^۱ Wireless Power Transmission

کاهش داشته است. همین طور نتایج شبیه سازی شده از بهره، بازده تشعشعی، جهت دهی و غیره برای آنتن پیچ معمولی و تکرارهای اول و دوم فراکتال آن، در جدول ۶ مشخص شده اند.

طراحی شده است [۲۲]. آنتن در فرکانس 2.45 GHz و بر اساس مدل خط انتقال با امپدانس ورودی 50Ω طراحی و شبیه سازی شده است. در شکل ۱۳ شماتیک ساختار در تکرارهای اول و دوم مشخص شده است. نتایج نشان داده که ابعاد آنتن فراکتال نسبت به حالت معمولی $31/26\%$



شکل ۱۳- شماتیک آنتن پیچ میکرواستریپ فراکتال با تغذیه لبه ای الف) تکرار اول ب) تکرار دوم

جدول ۶- نتایج شبیه سازی

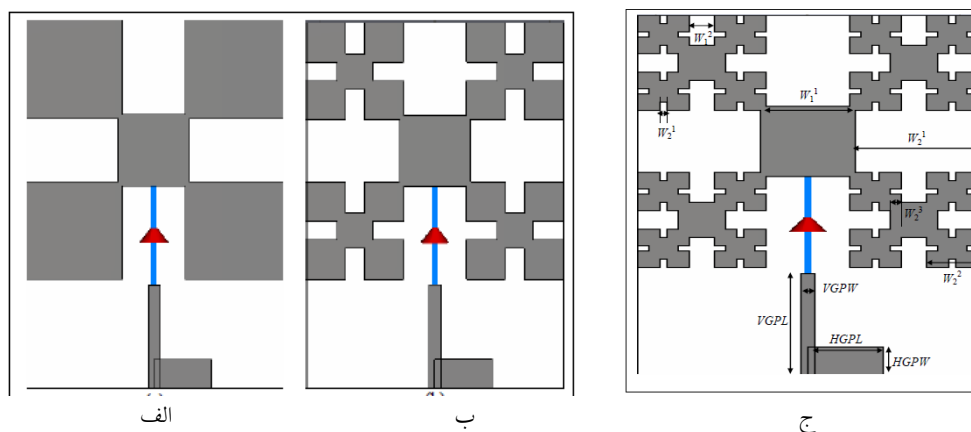
Parameters	Generator	Iteration 1	Iteration 2
Frequency	2.45 GHz	2.45 GHz	2.45 GHz
Gain	5.89098 dBi	5.32053 dBi	5.10449 dBi
Directivity	6.98756 dBi	6.89034 dBi	6.86237 dBi
Radiation efficiency	79.5587%	69.9135%	67.0531%
Antenna efficiency	77.6859%	69.6656%	66.7133%
Conjugate match factor	0.97646	0.996454	0.994933
3D beam with	(77.994, 119.584) deg.	(78.2103, 124.155) deg.	(79.0358, 124.392) deg.

اندازه گیری شده برای توان بازگشتی (S_{11})، بهره و بازده هر یک از ساختارهای طراحی شده نیز، در جدول ۷ مشخص شده است. چندین فرکانس مطلوب به منظور مانیتور کردن عملکرد آنتن در زیرباند های VHF در نظر گرفته شده اند. همین طور مقایسه نشان داده است که تکرار اول دارای بیشترین پهنای باند معادل 68 MHz ، تکرار دوم 62 MHz و تکرار سوم حدود 60 MHz است.

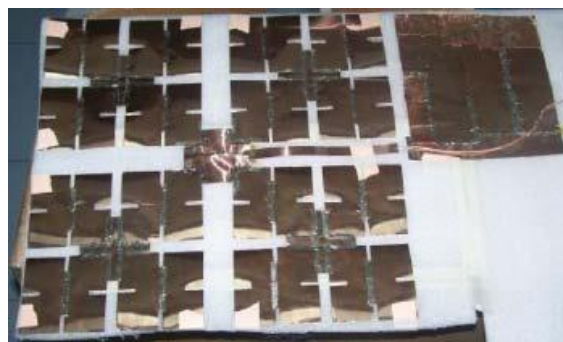
۵-۴- طراحی و ساخت یک آنتن فراکتال Minkowski

منعطف برای کاربردهای VHF

Lee طراحی یک آنتن میکرواستریپ منعطف را بر پایه ساختار Minkowski پیشنهاد داده است [۲۳]. شماتیک از طرح پیشنهادی در سه تکرار متفاوت در شکل ۱۴ مشخص است، در حالی که نمونه اصلی از تکرار سوم ساخته شده و در شکل ۱۵ نمایش داده شده است. نتایج شبیه سازی و



شکل ۱۴- الف) تکرار اول ب) تکرار دوم ج) تکرار سوم از آنتن فراکتال Minkowski



شکل ۱۵- نمونه اصلی ساخته شده از تکرار سوم آنتن فراکتال Minkowski

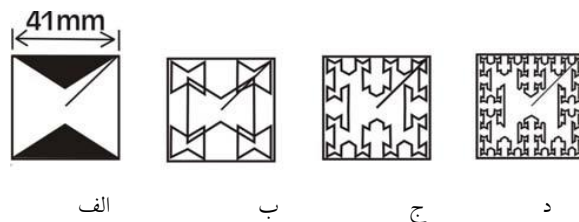
جدول ۷- عملکرد آنتن فراکتال Minkowski در تکرارها و فرکانسهای متفاوت

Freq (MHz)	Param	Iteration Number/Results			
		n1	n2	n3	n3 (Meas)
136	S11 (dB)	-12.3	-15.1	-16.1	-9.7
	Eff (%)	54.82	55.42	55.67	26.5
	Gain (dB)	-0.57	-0.57	-0.56	-2.8
151	S11 (dB)	-16.2	-14.5	-14.5	-6.8
	Eff (%)	67.9	66.9	63.4	31.3
	Gain (dB)	0.44	0.34	0.3	-2.0
162	S11 (dB)	-10.1	-10.9	-11.8	-7.8
	Eff (%)	71.8	67.5	64.3	40.8
	Gain (dB)	0.78	0.48	0.3	-0.9
174	S11 (dB)	-9.09	-10.9	-10.1	-8.9
	Eff (%)	72.2	58.7	50.0	47.9
	Gain (dB)	0.93	0.10	-0.4	-0.6

۵-۵- آنتن پچ پروانه‌ای شکل فراکتال

در کار جمشیدی‌فر، یک هندسه فراکتال جدید به عنوان یک آنتن کوچک شده پچ میکرواستریپ معرفی شده است [۲۴]. نحوه شکل‌گیری و تکرارهای اول تا سوم این نوع ساختار فراکتال، در شکل ۱۶ مشخص است. نتایج حال از شبیه‌سازی این ساختارها در جدول ۸، نحوه عملکرد آنتن

فراکتال پروانه‌ای (FBPA) را در هر تکرار مشخص می‌کند. در مقایسه با آنتن پچ مربعی (MPA)، آنتن فراکتال در تکرار سوم یک کاهش ۶۸٪ را در ابعاد نشان می‌دهد. اما از آنجایی که پهنای باند امیدانسی آنتن با افزایش تکرار دچار افت می‌گردد، تکنیک SFM برای بهبود پهنای باند پیشنهاد شده است.



شکل ۱۶- الف) ابتدایی، ب) تکرار اول، ج) تکرار دوم، و د) تکرار سوم از ساختار فراکتال پروانه‌ای شکل

جدول ۸- مقایسه‌ای بین آنتن پچ مربعی و فراکتال

Antenna type	Iteration (n=1, 2, 3)	Resonance frequency (GHz)	Size Reduction (%)	BW (%)	ME (n) (%)
MPA	---	2.39	0	1.6	0
FBPA	FBPA-1	1.636	51.5	0.25	46
	FBPA-2	1.455	62	0.18	11
	FBPA-3	1.338	68	0.17	8

۶- نتیجه‌گیری

هندسه‌های فراکتال به واسطه ساختار خودمتشابه و فضاپرکنی آنها در آنتن‌های پچ میکرواستریپ به منظور کاهش اندازه آنتن و یا دستیابی به باندهای چندگانه فرکانسی، به‌طور وسیعی مورد استفاده قرار می‌گیرند. اما استفاده از این هندسه‌ها در آنتن معایبی چون کاهش بهره، کاهش پهنای باند امیدانسی، پیچیدگی در ساخت و کاهش بهبود عملکرد آنتن را پس از تعداد کمی دارند. بنابراین ضروری است، در تحقیقات بعدی با روش‌هایی بتوان این معایب را تقلیل داد تا کارایی آنتن بهبود یابد.

مراجع

- [1] Amirinalloo, S., Atlasbaf, Z.: A CPW-fed fractal monopole antenna with a reduced ground plane in frequency range of 500 MHz-5.5 GHz. *IET Microw. Antennas Propag.* 17(13), 1006-1014 (2023).
- [2] Lan Wang, Jianguo Yu, Tangyao Xie, and Kun Bi, A Novel Multiband Fractal Antenna for Wireless Application, *International Journal of Antennas and Propagation*, 2021.
- [3] Karmakar A. Fractal antennas and arrays: a review and recent developments. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies.* 2021;13(2):173-197.
- [4] M. R. C and R. Boopathi Rani, "A Compendious Review on Fractal Antenna Geometries in Wireless Communication," *2020 International Conference on Inventive Computation Technologies (ICICT)*, Coimbatore, India, 2020, pp. 888-893.

- [5] N. Kaur, J. S. Sivia and M. Kaur, "Design of Modified Sierpinski Gasket Fractal Antenna for C and X-band applications," 2015 IEEE 3rd International Conference on MOOCs, Innovation and Technology in Education (MITE), Amritsar, India, 2015, pp. 248-250, doi: 10.1109/MITE.2015.7375324.
- [6] Harini, V., Sairam, M.V.S. & Madhu, R. Performance Analysis of an Extended Sierpinski Gasket Fractal Antenna for Millimeter-wave Femtocells Applications. *Wireless Pers Commun.* 119, 1437–1468 (2021).
- [7] Paun, M.-A., Nichita, M.-V., Paun, V., Paun, V.-P. (2023). Fifth-generation fractal antenna design based on the Koch Snowflake geometry. A fractal theory application. *Expert Systems*, e13242.
- [8] K. J. Vinoy, K. A. Jose, V. K. Varadan and V. V. Varadan, "Hilbert curve fractal antennas with reconfigurable characteristics," 2001 *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest (Cat. No.01CH37157)*, Phoenix, AZ, USA, 2001, pp. 381-384 vol.1.
- [9] Elwi, T.A., Abdul Hassain, Z.A. and Tawfeeq, O.A. (2019), Hilbert metamaterial printed antenna based on organic substrates for energy harvesting. *IET Microw. Antennas Propag.*, 13: 2185-2192.
- [10] Karmakar A. Fractal antennas and arrays: a review and recent developments. *International Journal of Microwave and Wireless Technologies.* 2021;13(2):173-197.
- [11] Ohi MAR, Hasan Z, Faruquee SFB, Kawsar AAM, Ahmed A. Wideband Minkowski fractal antenna using complementary split ring resonator in modified ground plane for 5G wireless communications. *Engineering Reports.* 2021; 3:e12388.
- [12] V. Rumsey, "Frequency independent antennas," 1958 *IRE International Convention Record*, New York, NY, USA, 1957, pp. 114-118, doi: 10.1109/IRECON.1957.1150565.
- [13] Minervino, D.R., D'Assunção, A.G. and Peixeiro, C. (2016), Mandelbrot fractal microstrip antennas. *Microw. Opt. Technol. Lett.*, 58: 83-86.
- [14] de Assis, Thiago A. and Borondo, F. and Benito, R. M. and Andrade, R. F. S. Field emission properties of fractal surfaces, *Phys. Rev. B*, vol. 78, no. 23, pp. 235427-34, 2008.
- [15] Garg, R. (2012). Antenna Miniaturization Using Fractals (RESEARCH NOTE). *International Journal of Engineering*, 25(1), 39-44.
- [16] Schatzman, James C., Accuracy of the Discrete Fourier Transform and the Fast Fourier Transform, *SIAM Journal on Scientific Computing*, Vol. 17, no. 5, pp. 1150-1166, 1996.
- [17] N. Cohen, "Fractal Antenna Application in Wireless Telecommunications," *Electronics Industries Forum of New England*, pp. 43-49, 1997.
- [18] C.P. Baliarda, J.Romeu, R. Pous, A. Cardama, "On Behavior of the Sierpinski MultiBand Fractal Antenna", *IEEE Transaction on Antennas and Propagation*, Vol.46, No.4, 1998.
- [19] Nejdi, I.H.; Bri, S.; Marzouk, M.; Ahmad, S.; Rhazi, Y.; Ait Lafkih, M.; Sheikh, Y.A.; Ghaffar, A.; Hussein, M. UWB Circular Fractal Antenna with High Gain for Telecommunication Applications. *Sensors* 2023, 23, 4172.
- [20] Abolfazl Azari, Javad Rowhani, ULTRA WIDEBAND FRACTAL MICROSTRIP ANTENNA DESIGN, Vol. 2, Progress In Electromagnetics Research C, 2008, pp. 7-12.
- [21] M. Ismail, H. Elsadek, E.A. Abdallah, A.A. Ammar, "Space-filling fractal microstrip antenna", *Microstrip Department, Electronics Research Institute, El-tahrir St., Egypt*, 2009.
- [22] S. Sheik Mohammed, K. Ramasamy, T. Shanmuganantham "A Sierpinski Fractal Based Micro strip Patch Antenna for Wireless Power Transmission System", *International Journal of Computer Applications*, Vol. 1, No. 13, 2010.
- [23] E.C Lee, P.J Soh, N.B.M Hashim, G.A.E Vandenbosch, V. Volski, I. Adam, H.Mirza, M.Z.A.A Aziz, "Design and Fabrication of a Flexible Minkowski Fractal Antenna for VHF Applications," *The 5th European Conference on Antennas and Propagation*, pp. 545-548, 2011.
- [24] M. Jamshidifar, J. Nourinia, Ch. Ghobadi, and F. Arazm, "Wideband Fractal Butterfly Patch Antenna," *Iranian Journal of Electrical and Computer Engineering*, Vol. 7, No. 2, 2008.